Cinemática II - Velocidade Relativa

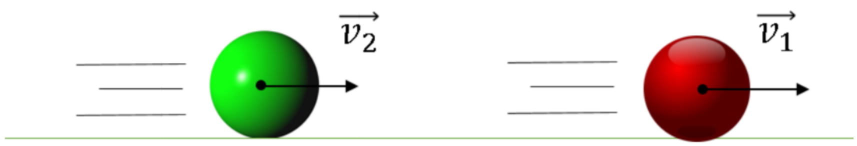
Luíza Silva

A análise das características dos movimentos nem sempre constitui uma tarefa simples, sobretudo quando faz-se necessário estudar o movimento simultâneo de dois corpos. Para prever, por exemplo, o instante em que duas partículas colidirão, é preciso conhecer os aspectos principais que regem seus movimentos: suas velocidades, posições iniciais e instantes iniciais de "partida".

Para facilitar esse estudo, que poderia se tornar matematicamente confuso pelo excesso de expressões empregando-se os métodos convencionais de resolução de problemas até aqui estudados, aplica-se comumente a ideia de "observar" o fenômeno pela perspectiva de um dos corpos em movimento. Em outras palavras, troca-se o referencial do solo pelo de uma das partículas envolvidas no evento a fim de analisá-lo.

Para tanto, é preciso manipular algebricamente as funções temporais de velocidade e posição. Lembre-se que no seu referencial, você se encontra em repouso e os demais corpos é que estão se aproximando ou se afastando de você. Considere, para efeito de exemplificação, a situação a seguir: duas partículas movem-se com velocidades v1 e v2, sendo $v2 > v1$, e deseja-se determinar o instante de encontro entre elas.

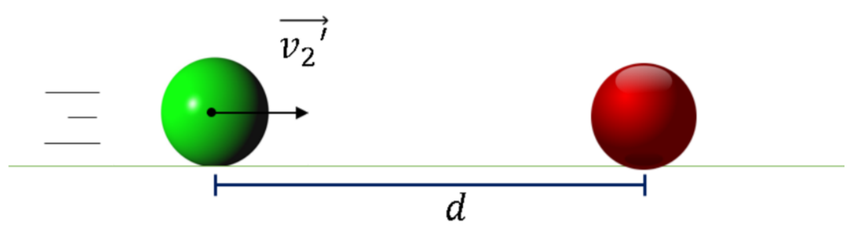
I



Para analisarmos o movimento no referencial da partícula 1, devemos “levá-la ao repouso” em seu referencial. Para isso, é preciso operar uma soma vetorial entre o vetor velocidade v1 e um outro vetor, v1’, de módulo e direção equivalentes ao de v1, porém de sentido contrário. Para manter-se a equivalência do evento nesse outro referencial, é necessário adicionar v1’também à partícula 2. Assim, temos:

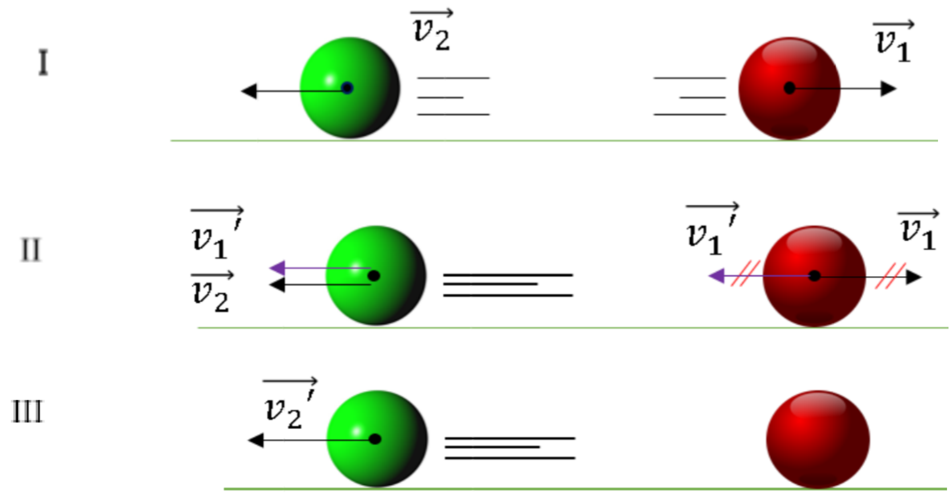
II

III

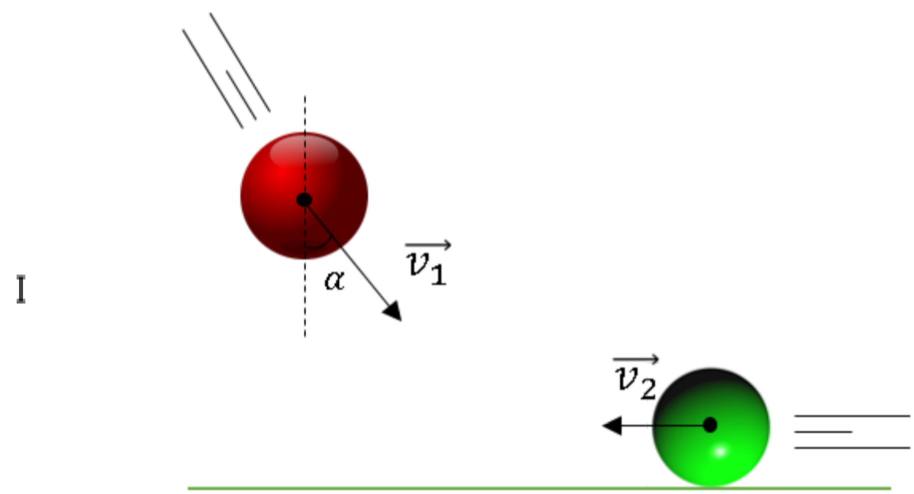


Caso as partículas estivessem movendo-se em sentidos opostos e fosse preciso calcular a velocidade relativa de afastamento, o procedimento realizado seria o mesmo. Perceba que, nessa situação, a soma vetorial resultaria numa adição dos módulos das velocidades como resultante da partícula que permanece em movimento, diferentemente do ocorrido no caso anterior, como exemplificado no esquema a seguir:

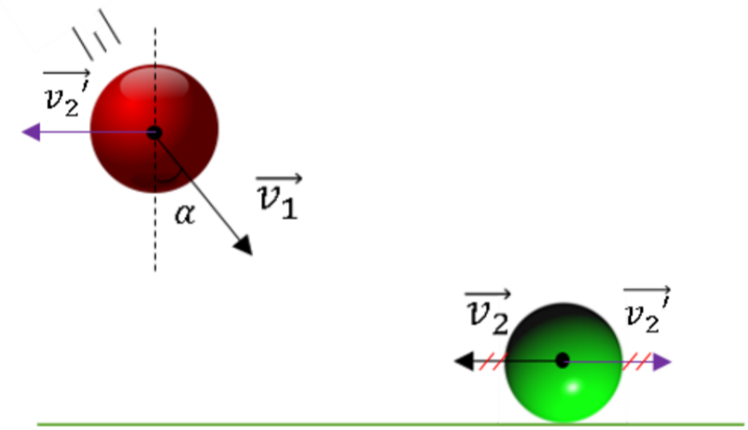
Nessas circunstâncias, $\overrightarrow{v'_2} = \overrightarrow{v_2} + \overrightarrow{v'_1}$, e $v'_2 = v_2 + v_{1'}$.



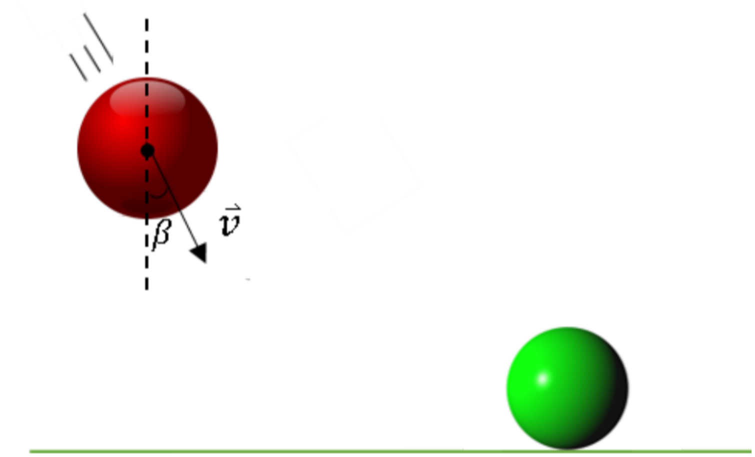
Atenção: Caso o movimento dos corpos não se dê a mesma direção, a mudança de referencial ainda será dada através de somas vetoriais. No entanto, o módulo da velocidade resultante do corpo ainda em movimento não mais será dado pela simples soma ou subtração dos módulos das velocidades envolvidas. Observe:



II



III



Decompondo v_1, temos: $v_{1x} = v_1.sen\alpha$ e $v_{1y} = v_1.cos\alpha$. Perceba que, pelas condições do problema, v1y se mantém constante. Em x, entretanto, a nova velocidade é dada por: $v_{1x'} = v_1.sen\alpha - v_2$. Logo, a velocidade relativa entre os corpos, no referencial da partícula 2 pode ser expresso por:

$$v_2 = (v'_{1x})^2 + (v_{1y})^2 = (v_1.sen\alpha - v_2)^2 + (v_1.cos\alpha)^2$$

Onde $\vec{v'_2} = \vec{v_2} + \vec{v'_1}$. Em módulo, teríamos: $v'_2 = v_2 - v_1$. Observe que o tempo de encontro pode agora ser expresso por:

$$t = \frac{d}{v'_2}$$

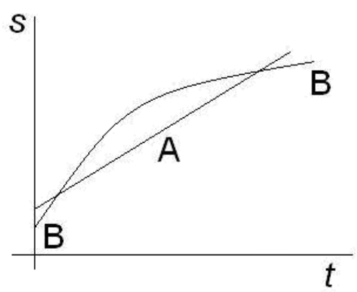
$$v^2 = (v_1)^2 + (v_2)^2 - 2.v_1.sen\alpha.v_2$$

$$v = \sqrt{{v_1}^2 + {v_2}^2 - 2.v_1.sen\alpha.v_2}.$$

Note que o mesmo resultado poderia ser alcançado aplicando a regra do paralelogramo! Perceba também, que a inclinação do vetor velocidade não será mais a mesma. O novo ângulo pode ser expresso por: $tg\beta = \frac{v'_{1x}}{v_{1y}} = \frac{v_1.sen\alpha - v_2}{v_1.cos\alpha}$.

1 Exemplos

1. (OBF 2009: Nível 1 - 3ª fase) A figura 2 mostra o histórico da posição versus leitura do relógio de movimentos retilíneos de duas bolas A e B rolando em trilhos paralelos. Reproduza a figura no Caderno de Resolução e responda as questões a seguir:



(a) Marque com o símbolo *tult*, ao longo do eixo t sobre o diagrama, qualquer instante ou instantes nos quais uma bola esteja ultrapassando a outra.

(b) Que bola, A ou B, está se movendo mais rápido nos instantes marcados no item anterior?

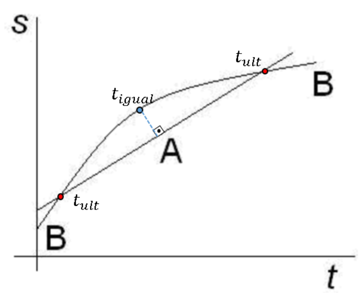
(c) Marque com o símbolo *tigual*, ao longo do eixo t, qualquer instante (ou instantes) no(s) qual(is) as duas bolas tenham a mesma velocidade.

Solução:

a) Pela análise do gráfico, temos que os instantes de ultrapassagem correspondem àqueles em que as curvas dos movimentos das bolas A e B se encontram. Observe que, após o primeiro encontro, a bola B passa a apresentar posição maior em relação à bola A. Já a partir do segundo encontro, a bola A apresenta posição maior.

b) A velocidade das bolas deve ser analisada a partir das inclinações de suas curvas. Quanto maior a inclinação da curva relativa ao movimento num gráfico $s \times t$, maior a velocidade da partícula. Logo, nos instantes marcados anteriormente, pela análise do comportamento das curvas, a velocidade de **B** é maior no primeiro instante de ultrapassagem, e a velocidade de **A** é maior no segundo.

c) Analogamente ao item anterior, a análise das velocidades deve ser feita a partir da inclinação das curvas. Assim, observa-se que a bolas terão mesma inclinação em apenas um instante das trajetórias expostas, como explicitado por meio da imagem a seguir.



2. (OBF 2016: Nível 1 - 2ª fase) Dois veículos trafegam em sentidos contrários com movimentos uniformes. O primeiro a uma velocidade v e o segundo a uma velocidade 3v/2. Um passageiro no primeiro veículo verifica que o segundo veículo leva t segundos para passar por ele. Determine, em termos da velocidade v do primeiro veículo e do tempo t, o comprimento do segundo veículo.

Solução:

Colocando-se no referencial do passageiro do primeiro veículo, observa-se a seguinte situação: o primeiro veículo está parado, enquanto o segundo movimenta-se com uma velocidade relativa, v_r, em sua direção. Portanto, o comprimento do segundo veículo, em relação a esse passageiro, será dado pelo produto entre o intervalo de tempo do evento da passagem pela velocidade relativa. Matematicamente, temos:

$$v_r = \frac{L}{t} \rightarrow L = v_r \cdot t (i)$$

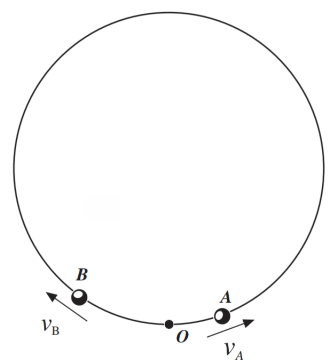
Como os veículos estão se movendo na mesma direção, mas em sentidos opostos, v_r é dada por:

$$v_r = v_1 + v_2 = v + \frac{3v}{2} = \frac{5v}{2}(ii)$$

Desse modo, relacionando (i) e (ii), temos:

$$\mathbf{L = \frac{5v}{2} \cdot t}$$

3. (OBF 2015: Nível1 - 3ª fase) Duas partículas A e B partem da origem O e viajam em direções opostas ao longo do caminho circular de raio 5 m com velocidades de módulos constantes $v_a = 0,7m/s$ e $v_b = 1,5m/s$.



a) Determine a distância percorrida pelas partículas no instante t = 2,0 s.

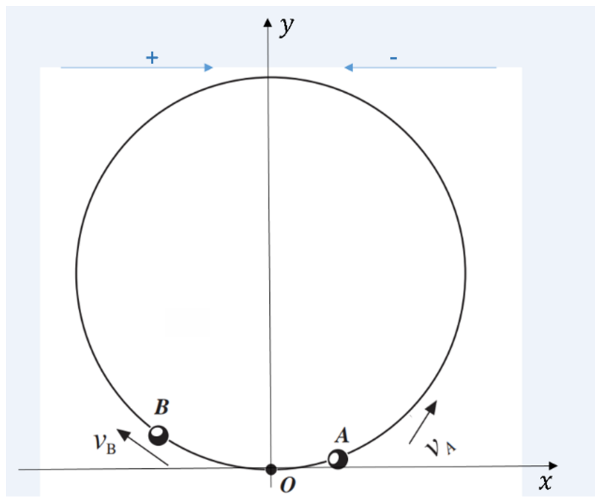
b) Calcule o instante do encontro das partículas.

Solução:

a) Aplicando a a expressão de velocidade média, uma vez que o movimento é uniforme,

$$\Delta S_a = v_a \cdot t = 0,7m/s \cdot 2s = \mathbf{1,4m}$$
$$\Delta S_b = v_b \cdot t = 1,5m/s \cdot 2s = \mathbf{3,0m}$$

b) (i) Para determinarmos o instante de encontro, é necessário, primeiramente, definirmos um referencial, uma origem, a fim de orientarmos as variações de espaço de acordo com o sentido escolhido. Consideremos, então, o ponto O como a origem do sistema, e o sentido de movimento esquerda $\rightarrow$ direita como positivo, bem como o direita $\rightarrow$ esquerda como negativo, conforme ilustrado a seguir.



(ii) Analisaremos o movimento sob a perspectiva de um movimento relativo, "estacionado" a partícula A e concentrando ambas as velocidades na partícula B. Como os sentidos dos movimentos iniciais são contrários, a velocidade relativa é expressa pela soma das velocidades dos corpos em módulo.

$$v_r = v_a + v_b$$

(ii) Como A está parada no ponto O nesse referencial, o encontro ocorrerá quando B executar uma volta completa no aro circular, isto é, quando B percorrer a distância de $2\pi R$, concluindo um *loop*. Assim, o instante de encontro será dado por:

$$t = \frac{2\pi R}{v_r} = \frac{2\pi R}{v_a + v_b}$$

Substituindo os valores e considerando $\pi = 3$, como fornecido na capa da prova de onde essa questão foi retirada, temos:

$$t = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5m}{(0,7m/s + 1,5m/s)} \approx \mathbf{13,64s}$$