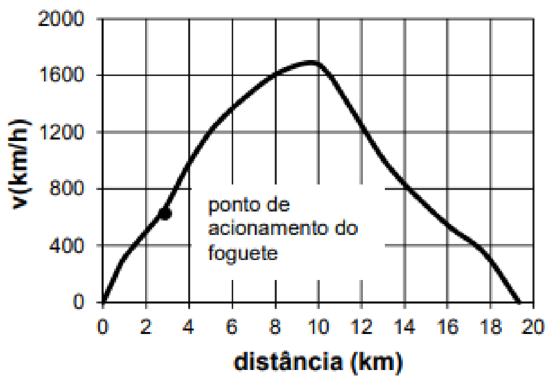
Top 10 Questões da Obf - Nível 1

Aaron Maciel

- **Questão 10 - OBF 2014 (3° FASE)**

7. Engenheiros britânicos estão trabalhando na construção do carro mais veloz do mundo. A expectativa é que o Bloodhound SSC ultrapasse 1600 km/h batendo o recorde mundial de velocidade em terra que é, atualmente, de 1228 km/h. O carro terá dois estágios de aceleração, onde um motor a jato atuará na primeira fase e um foguete na segunda fase além de um motor a combustão auxiliar. O carro deve estar pronto para os primeiros testes em julho de 2015 e a previsão dos engenheiros é que o teste definitivo ocorra em 2016. O gráfico ao lado mostra a velocidade do veículo em função da distância (dados extraídos de http://www.bloodhoundssc.com) e o ponto destacado marca o início do acionamento do foguete. Usando os dados fornecidos pelo gráfico, determine (a) o instante de tempo em que o foguete será acionado e (b) o tempo que levará o carro para atingir a velocidade máxima.



Precisamos notar que existem 2 momentos durante a aceleração, o intervalo até o acionamento dos foguetes($v_1 \approx 600\ km/h$,$d_1 \approx 3\ km$) e o tempo até a velocidade máxima($v_2 \approx 1600\ km/h$,$d_2 \approx 10\ km$), sofrendo acelerações $a_1\ e\ a_2$ respectivamente. Usando Torricelli nos 2 momentos podemos descobrir as acelerações.

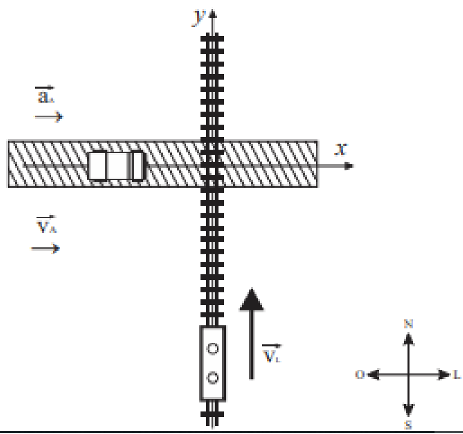
$$v_1^2 = 2a_1d_1 \therefore a_1 = \frac{v_1^2}{2d_1} = \frac{360000\ km^2/h^2}{2*3\ km} = 60000km/h^2$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a_2(d_2 - d_1) \therefore a_2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2(d_2 - d_1)} = \frac{2524000\ km^2/h^2}{14\ km} \approx 180286\ km/h^2$$

a) aplicando na equação horaria: $d_1 = \frac{1}{2}a_2t^2 \therefore t = \sqrt{\frac{2d_1}{a_2}} = 10^{-2}h = 36s$ b)similarmente para a velocidade: $v_2 = v_1 + a_2t \therefore t = \frac{v_2 - v_1}{a_2} = \frac{1000\ km/h}{180286\ km/h^2} \approx 5,55 * 10^{-3} \approx 20s$

- **Questão 9 - OBF 2015 (3° FASE)**

Questão 2 - Uma locomotiva e um automóvel movem-se perpendicularmente, aproximando-se de um cruzamento. No instante inicial, apresentado na figura a seguir, a locomotiva está a 120 m ao sul da passagem, viajando na direção norte-sul, sentido norte, com velocidade constante de 72 km/h. e o automóvel está 60 m a oeste da passagem, viajando na direção leste-oeste, sentido leste com velocidade de 36 km/h e aceleração de 4,0 m/s^2. No instante t = 2 s, determine a:
a) distância entre a locomotiva e o automóvel.
b) velocidade da locomotiva em relação ao automóvel.
Despreze as dimensões do automóvel e da locomotiva.



Primeiro faremos a equação horaria dos 2 tomando um plano cartesiano xy centrado na encruzilhada. sabendo que as velocidades da locomotiva e do automóvel são respectivamente 20m/s e 10m/s.

$$y(t) = y_0 + vt \therefore y(t) = -120 + 20t$$

$$x(t) = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \therefore x(t) = -60 + 10t + 2t^2$$

p/t=2s: a)y(2)=-80m e x(2)=-32m portanto $d = \sqrt{x^2 + y^2} = 86,16m$
b)temos a relação $\vec{v}_{l,a} = \vec{v}_l - \vec{v}_a \therefore \vec{v}_{l,a}(t) = 20\hat{y} - (10 + 4t)\hat{x} \therefore \vec{v}_{l,a}(2) = 20\hat{y} - 18\hat{x}$

- **Questão 8 - OBF 2011 (3° FASE)**

Questão 2 - Um móvel se desloca ao longo de uma reta. No primeiro trecho da viagem ele parte do repouso com uma aceleração constante a_1 e atinge uma velocidade máxima v_1. No segundo trecho, de duração t, ele possui uma aceleração constante e menor a_2 e atinge uma velocidade máxima v_2. No terceiro trecho ele desacelera com aceleração $-a_3$ até atingir o repouso novamente. Sabendo que o tempo total da viagem foi T, determine qual a distância total percorrida pelo móvel.

Chamaremos as 3 distancias percorridas respectivamente de d_1, d_2 e d_3 e utilizaremos torriccelli nos 3 momentos:

$$v_1^2 = 2a_1d_1 \therefore d_1 = \frac{v_1^2}{2a_1}$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a_2d_2 \therefore d_2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a_2}$$

$$0 = v_2^2 - 2a_3d_3 \therefore d_3 = \frac{v_2^2}{2a_3}$$

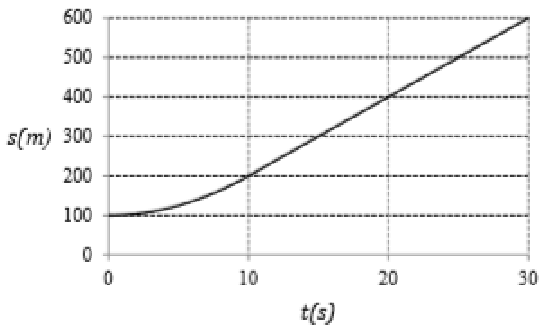
$$D = \frac{v_1^2}{2a_1} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a_2} + \frac{v_2^2}{2a_3}$$

- **Questão 7 - OBF 2012 (3° FASE)**

8. O gráfico abaixo mostra a posição em função do tempo de uma partícula que se move numa trajetória retilínea, onde

$$s(t) = \begin{cases} t^2 + 100, & 0 \leq t \leq 10 \\ 20t, & 10 \leq t \leq 30. \end{cases}$$

Construa os gráficos da velocidade e aceleração em função do tempo no intervalo de tempo mostrado.



Podemos resolver essa questão por 2 métodos, utilizando derivada (método mais rápido) e o método de comparação de formulas, faremos os 2 a seguir:

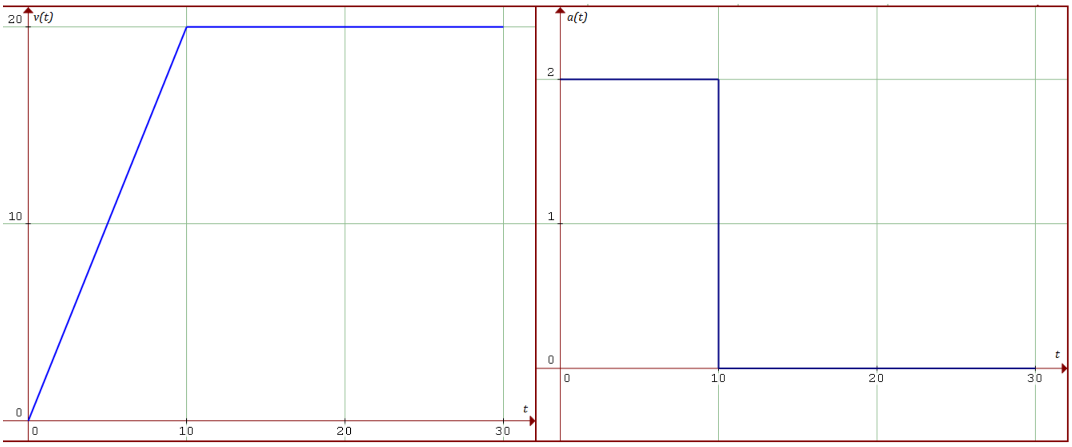
1) calculo:

$$v(t) = \frac{dS(t)}{dt} \ \therefore \ \frac{d}{dt}(t^2 + 100) = 2t \ \{0 \leq t \leq 10\} \ \& \ \frac{d}{dt}(20t) = 20 \ \{10 \leq t \leq 30\}$$

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} \therefore \frac{d}{dt}(2t) = 2 \ \{0 \leq t \leq 10s\} \ \& \ \frac{d}{dt}(20) = 0 \ \{10s \leq t \leq 30s\}$$

2)Formula:

$$S(t) = S_o + v_o t + \frac{1}{2}at^2 \ ; \ v(t) = v_o + at \begin{cases} S_o = 100m \ ; \ v_o = 0 \ ; \ a = 2m/s^2 \ ; \ v(t) = 2t\{0 \leq t \leq 10s\} \\ S_o = 0 \ ; \ v_o = 20m/s \ ; \ a = 0 \ ; \ v(t) = 20\{10s \leq t \leq 30s\} \end{cases}$$



- **Questão 6 - OBF 2015 (3° FASE)**

A maioria dos tablets e smartphones possui um sensor de aceleração ou acelerômetro. Esse sensor é responsável, entre outras coisas, por orientar a posição da imagem na tela do aparelho. Internamente, o acelerômetro é de fato um dinamômetro e pode ser um sistema análogo ao sistema massa-mola ilustrado na Figura (A). Quando orientado horizontalmente, a coordenada $x = 0$ indica que a mola está relaxada. Quando o tubo é acelerado na direção x a posição da massa em relação ao tubo se altera e a medida de x é usada para inferir a aceleração do aparelho. Os acelerômetros de celulares são compostos de três arranjos análogos a esse, perpendiculares entre si, e orientados ao longo dos eixos ilustrados na Figura (B).

Há vários aplicativos, muitos deles gratuitos, que podem ser instalados no aparelho e que apresentam os valores das componentes cartesianas da aceleração medidas pelo acelerômetro a_x, a_y e a_z. Alguns também calculam automaticamente o módulo da aceleração, armazenam os dados em função do tempo, os apresentam graficamente, etc. Considere um aplicativo que quando o smartphone está em repouso e orientado com seu eixo y na direção vertical e para cima mostra os seguintes valores a_x = 0,00 m/s^2, a_y = 9,80 m/s^2, a_z = 0,00 m/s^2 e ainda calcula o valor do módulo da aceleração.

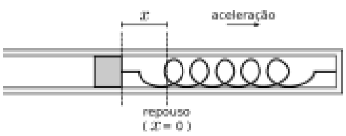
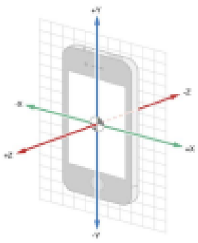


Figura (A)



Questão 3 - Qual é o valor do módulo da aceleração que será mostrado quando o smartphone estiver em queda livre?

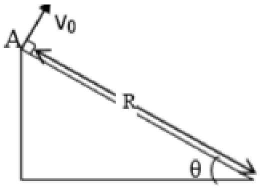
Questão 4 - Imagine um estudante que possui um smartphone com esse aplicativo e está sentado em um carro em movimento. O estudante tem o cuidado de orientar o aparelho de forma que seu eixo x seja paralelo à direção transversal do carro, o eixo y aponte verticalmente para cima e o eixo z seja paralelo à direção longitudinal do carro e aponte para trás (para que o estudante, olhando para frente, possa fazer a leitura do acelerômetro). Em dado instante, quando o carro faz uma curva em uma rotatória e seu velocímetro registra uma velocidade de 40,0 km/h, o estudante observa os seguintes valores no acelerômetro a_x = 3,50 m/s^2, a_y = 9,80 m/s^2, a_z = 0,50 m/s^2. Qual o raio de curvatura da trajetória do celular nesse instante?

i)Podemos entender que na verdade o acelerometro calcula a aceleração relativa entre a massa e o celular, porque é a aceleração relativa que vai influenciar na força medida no dinamometro. portanto quando o celular está em quda livre tanto o celular quanto a massa está acelerando para baixo com 9,8 m/s^2

ii) Precisamos perceber que a aceleração no eixo x corresponde a aceleração centrípeta e a no eixo z a aceleração angular, portanto $a_x = \frac{v^2}{R} \therefore R = \frac{v^2}{a_x} = \frac{(\frac{40}{3,6}m/s)^2}{3,5m/s^2} = 35,27m$

- **Questão 5 - OBF 2013 (3° FASE)**

QUESTÃO 4 - Um pulverizador é projetado para atuar em terrenos inclinados. Ele pode lançar os produtos com velocidades variáveis de acordo com a pressão da bomba e, assim, cobrir uma determinada faixa do terreno. Do ponto A de um terreno inclinado lança-se um jato do produto com velocidade v_0 perpendicularmente, como mostra a figura. Quais os possíveis valores para a velocidade de lançamento para que a região pulverizada seja todo o plano?



Para garantirmos que todo plano seja pulverizado, precisamos de uma velocidade inicial entre zero e o valor mínimo necessário para atingir a base do plano. Vamos determinar essa velocidade fazendo a equação da trajetória do pulverizador e substituir o ponto $(R\cos\theta, 0)$

$$y(x) = y_o + \tan\theta_o x - \frac{gx^2}{2v_o^2\cos^2\theta_o} = R\sin\theta + \tan(90-\theta)x - \frac{gx^2}{2v_o^2\cos^2(90-\theta)}$$

$$y(R\cos\theta) = 0 = R\sin\theta + \cot(\theta)R\cos\theta - \frac{g(R\cos\theta)^2}{2v_o^2\sin^2(\theta)} \therefore 0 \leq v_o \leq \sqrt{\frac{gR\cos^2\theta}{2\sin\theta}}$$

- **Questão 4 - OBF 2011 (3° FASE)**

Questão 7 – Neste problema você será apresentado a um método desenvolvido por Isaac Newton e Gottfried Leibnitz independentemente. Nele você irá aprender a derivar a velocidade de um corpo em movimento tendo conhecimento apenas da sua função horária da posição.

Considere um móvel cuja equação horária é $x(t) = 3t^2 - 2t + 1$, onde $x(t)$ é dado em metros e t em segundos.

(a) Qual a posição do móvel nos instantes $t_0 = 0s$, $t_1 = 1s$ e $t_2 = 2s$.

Sabendo que a velocidade média de um móvel entre os instantes t e $t + \Delta t$ é dada por

$$v_m = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

(b) Determine a velocidade média do móvel nos intervalos (t_0, t_1), (t_1, t_2) e (t_0, t_2).

Agora, vamos aprender a determinar a velocidade instantânea de um móvel num instante dado. Para calcular a velocidade do móvel no instante $t_1 = 1s$, proceda da seguinte maneira:

(c) Determine o valor da velocidade média do móvel entre t_1 e $t_1 + \Delta t$, em função de Δt.

(d) A velocidade do móvel é obtida fazendo-se $\Delta t = 0$ na expressão obtida no item anterior. Determine essa velocidade.

(e) Repita o mesmo procedimento dos itens (c) e (d) para determinar o valor da velocidade em qualquer instante de tempo t.

a)Substintuindo os valores: $x_0 = 1m$; $x_1 = 2m$; $x_2 = 9m$

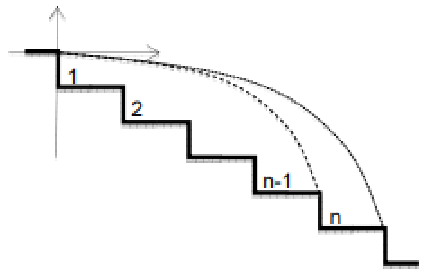
b)$v_{m0,1} = \frac{2-1}{1} = 1m/s$;$v_{m1,2} = \frac{9-2}{1} = 7m/s$;$v_{m0,2} = \frac{9-1}{2} = 4m/s$

c)$v_{m_1} = \frac{[3(t_1+\Delta t)^2 - 2(t_1+\Delta t)+1]-[3(t_1)^2-2(t_1)+1]}{\Delta t} = \frac{[3(t_1^2+2t_1\Delta t+\Delta t^2)-2(t_1+\Delta t)+1]-[3(t_1)^2-2(t_1)+1]}{\Delta t} = \frac{6t_1\Delta t+3\Delta t^2-2\Delta t}{\Delta t} =$
$6t_1 + 3\Delta t - 2$

d) P/ $\Delta t = 0$: $v = 6t - 2$

- **Questão 3 - OBF 2014 (3° FASE)**

8. Uma bola é lançada horizontalmente do topo (patamar) de uma escada. Se as dimensões dos degraus são 2L de largura e L de altura, qual é o intervalo de valores para a velocidade de lançamento de forma que o primeiro degrau atingido pela bola seja o n-ésimo degrau?



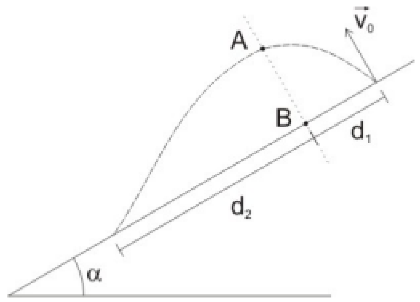
Aqui faremos uma estratégia parecida com a da 5° questão, porem os limites serão a velocidade miníma necessária pra atingir o limite do degrau n-1 (ponto$(2(n-1)L,(1-n)L)$) e a velocidade miníma necessária pra atingir o limite do degrau n (ponto $(2nL,-nL)$)

$$y(x) = -\frac{gx^2}{2v_o^2} \therefore v_{inf} = \sqrt{\frac{g(2(n-1)L)^2}{2((n-1)L)}} = \sqrt{2g(n-1)L} \;\&\; v_{sup} = \sqrt{\frac{g(2nL)^2}{2(nL)}} = \sqrt{2gnL}$$

$$\sqrt{2g(n-1)L} \leq v_o \leq \sqrt{2gnL}$$

- **Questão 2 - OBF 2011 (3° FASE)**

Questão 6 - Uma partícula é lançada com velocidade v_0 perpendicularmente a um plano inclinado, de inclinação α com a horizontal, como mostra a figura. Determine:



(a) A distância máxima $\overline{AB}$ que a partícula fica do plano inclinado.
(b) O alcance da partícula ao longo do plano inclinado.
(c) A razão entre d_1 e d_2 mostrada na figura. Obs.: Sendo A o ponto cuja partícula está à distância máxima do plano e B sua projeção sobre o mesmo, as distâncias d_1 e d_2 são definidas como a distância do ponto de lançamento a B, e a distância de B ao ponto de retorno da partícula ao plano, respectivamente.

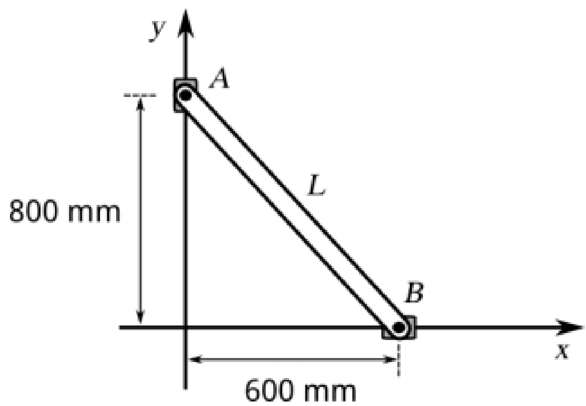
Tomemos o plano cartesiano onde x é a direção que aponta descendo paralela ao plano e y é a direção perpendicular ao plano. daí temos as seguintes equações horárias:

$$\begin{aligned} V_x(t) &= g\sin\alpha t & x(t) &= g\sin\alpha\frac{t^2}{2} \\ V_y(t) &= V_o - g\cos\alpha t & y(t) &= V_o t - g\cos\alpha\frac{t^2}{2} \end{aligned}$$

a)Teremos o ponto mais distante do plano quando $V_y = 0$ pois o projétil se afastou o máximo possível do plano e não consegue mais se afastar devido a aceleração contraria. $t_{ab} = \frac{V_o}{g\cos\alpha}$
Substituindo: $y(t_{ab}) = AB = V_o\left(\frac{V_o}{g\cos\alpha}\right) - \frac{g\cos\alpha}{2}\left(\frac{V_o}{g\cos\alpha}\right)^2 = \left(\frac{V_o^2}{2g\cos\alpha}\right)$
b)$y(t) = 0$ em 2 instantes, o primeiro é $t_o = 0$ e o segundo é: $t_A = \frac{2V_o}{g\cos\alpha}$ substituindo em $x(t)$ temos: $A = \frac{g\sin\alpha}{2}\left(\frac{2V_o}{g\cos\alpha}\right)^2 = \frac{2V_o^2}{g}\frac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha}$
c)$d_1 = x(t_{ab}) = \frac{g\sin\alpha}{2}\left(\frac{V_o}{g\cos\alpha}\right)^2 = \frac{V_o^2}{2g}\frac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha}$ E como $d_1 + d_2 = A$ temos $d_2 = \frac{3V_o^2}{2g}\frac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha}$ logo $\frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{3}$

- **Questão 1 - OBF 2016 (3° FASE)**

Questão 4 – Uma barra de comprimento L tem suas extremidades A e B presas a anéis que deslizam em trilhos que coincidem com os eixos cartesianos, conforme a figura abaixo. No instante ilustrado, a barra encontra-se com velocidade nula e sabe-se que a aceleração do ponto A é constante, aponta para a origem do sistema de referência e tem módulo 4,00 m/s². Determine: (a) a equação horária da extremidade B e (b) a velocidade média de B entre a configuração inicial e o instante em que a extremidade A chega ao ponto onde os trilhos se cruzam.



2

a) A extremidade A vai percorrer um MUV comum, assim: $y(t) = 0,8 - 2t^2$ (em metros)e em qualquer ponto podemos fazer pitágoras para achar a posição $x(t)$ de B: $x^2 + y^2 = 1m^2 \therefore x = \sqrt{1-y^2} \therefore x(t) = \sqrt{1-(0,8-2t^2)^2}$
b) Podemos descobrir o tempo total decorrido fazendo $y(T) = 0 = 0,8 - 2T^2 \therefore T = \frac{\sqrt{10}}{5}s$ e sabendo que B se desloca exatamente $0,4m$ temos que $v_m = \frac{0,4}{\frac{\sqrt{10}}{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}m/s$