



**SIMULADO OBMEP – 2ª Fase**  
**NÍVEL 1**

**AMPULHETA DO SABER**

**POR TALES AUGUSTO DE ALMEIDA**

<b>Nome completo do aluno</b>	
<input type="text"/>	
<b>Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)</b>	
<input type="text"/>	
<b>Complemento</b>	<b>Professor (a)</b>
<input type="text"/>	<input type="text"/>
<b>Bairro</b>	<b>Telefone</b>
<input type="text"/>	<input type="text"/>
<b>Endereço eletrônico (e-mail)</b>	<b>Telefone (outro)</b>
<input type="text"/>	<input type="text"/>
<b>Escola</b>	
<input type="text"/>	
<b>Assinatura</b>	
<input type="text"/>	

Parabéns pela sua classificação para a segunda fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. Desejamos que essa prova sirva de auxílio para a segunda fase da OBMEP e de estímulo para aumentar seu gosto em estudar matemática! Boa Sorte!

Um abraço da equipe do Ampulheta do Saber!

**INSTRUÇÕES (Algumas das instruções da prova da segunda fase da OBMEP)**

1. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
2. Lembre-se de assinar a prova.
3. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta (preferível a lápis).
4. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá sair da sala de aplicação 45 minutos após o início da prova.
5. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível.
6. Evite escrever a solução na folha de rascunho.
7. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
8. Não é permitido o uso de nenhum instrumento de consulta (Calculadoras, régua, etc.).
9. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas além do aplicador.
10. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
11. Ao terminar a prova entregue-a ao aplicador.

1. Katarine faz o resumo quadriculado de números com menos de 10 algarismos. Para fazer isso basta preencher um quadriculado 2 x 2 colocando a quantidade de algarismos ímpares na casa superior esquerda, a quantidade de algarismos pares na casa superior direita, a quantidade de algarismos diferentes na casa inferior esquerda e a soma de todos os algarismos na casa inferior direita, como mostrado na figura 1.

Por exemplo, o resumo quadriculado do número 23526 será da forma mostrada na figura 2, pois há 2 algarismos ímpares, 3 algarismos pares, 4 algarismos diferentes, que são o 2, 3, 5 e 6, e a soma dos algarismos é de  $2 + 3 + 5 + 2 + 6 = 18$ .

Algarismos Ímpares	Algarismos Pares
Algarismos Diferentes	Soma dos Algarismos

Figura 1

2	3
4	18

Figura 2

a) Faça o resumo quadriculado do número 12345678 no quadriculado abaixo.

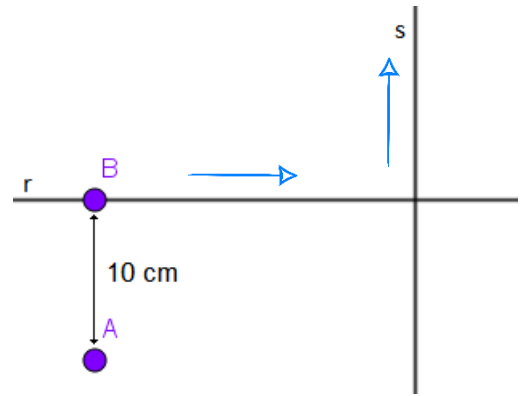

b) Explique porque não existem números com o resumo quadriculado mostrado abaixo.

4	5
4	25

c) Qual o maior número que possui o resumo quadriculado abaixo?

3	1
3	9

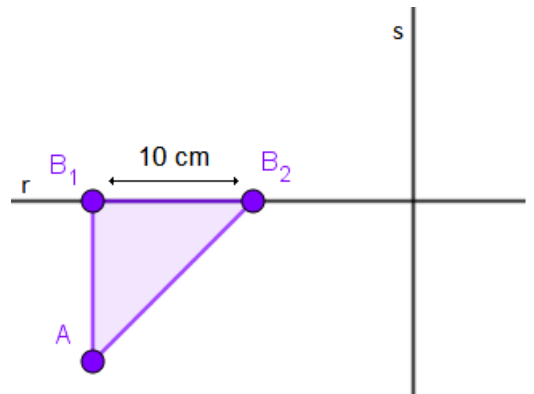
2. A figura ao lado mostra duas formiguinhas, chamadas Arlinda e Berlinda, que são representadas pelos pontos A e B, respectivamente, além de duas retas r e s que são perpendiculares, isso é, formam um ângulo de 90 graus. A formiguinha Arlinda fica sempre parada e se encontra a uma distância de 10 centímetros da reta r, isso é, sua altura em relação à reta r é de 10 cm.



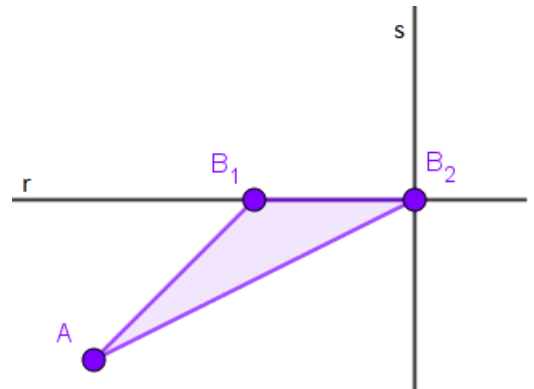
A formiguinha Berlinda está a uma distância de 20 cm da reta s, começando a andar no momento em que acionamos um contador de tempo. Além disso, ela sempre caminha 10 cm por minuto seguindo pela reta r em direção a reta s e, depois, virando para a esquerda e seguindo pela reta s, conforme mostrado.

Vamos definir a área de uma caminhada de determinado período como sendo a área do triângulo formado pelo ponto que representa a posição inicial da Berlinda nesse período, o ponto que representa a posição final da Berlinda nesse período e o ponto que representa a posição da Arlinda.

a) Durante o intervalo de 0 segundos a 60 segundos Berlinda andar 10 cm, indo do ponto B<sub>1</sub> até o ponto B<sub>2</sub>. Qual é a área de caminhada desse período?



b) Durante o intervalo de 60 segundos a 120 segundos Berlinda irá do ponto B<sub>1</sub> até o ponto B<sub>2</sub>. Qual é a área de caminhada desse período?



c) Explique porque a área de caminhada do período que vai do intervalo de 60 segundos a 180 segundos será 0.

3. Mileto brinca de escolher um número qualquer que não possua dígito zero e determinar seus números esquerdinhas e direitinhas.

- Os números direitinhas serão aqueles que é possível formar apagando um ou mais algarismos consecutivos da extrema esquerda do número. Por exemplo, os números 2345, 345, 45 e 5 são todos os direitinhas de 12345.
- Os números esquerdinhas serão aqueles que é possível formar apagando um ou mais algarismos consecutivos da extrema direita do número. Por exemplo, os números 1234, 123, 12 e 1 são todos os esquerdinhas de 12345.

---

a) Quais são os números esquerdinhas e direitinhas do número 1245789658?

---

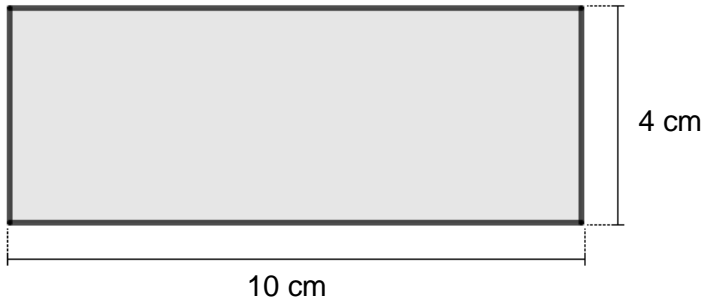
b) Qual é o maior número formado por 8 algarismos em que o conjunto dos números direitinhas é igual ao conjunto dos números esquerdinhas?

---

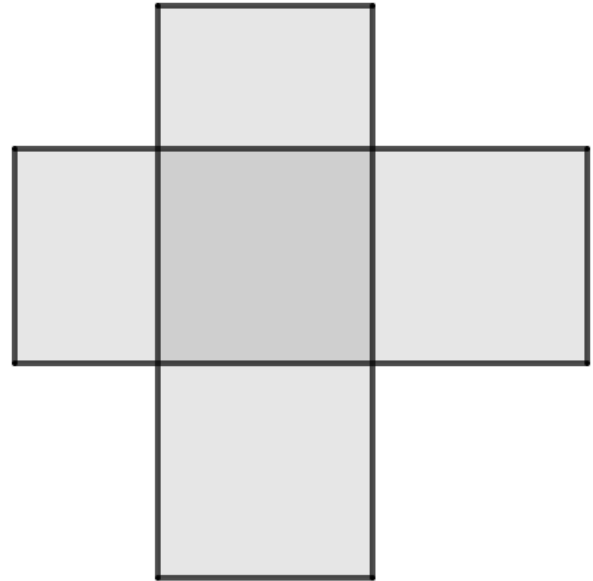
c) Determine qual é o número de 8 algarismos em que:

- Um de seus esquerdinhas é o 23;
- Um de seus direitinhas é o 16;
- Um dos direitinhas de um de seus esquerdinhas é o 459;
- Um dos esquerdinhas de um de seus direitinhas é o 931.

4. Sofia possui dois retângulos iguais cujos lados medem 10 cm e 4 cm.

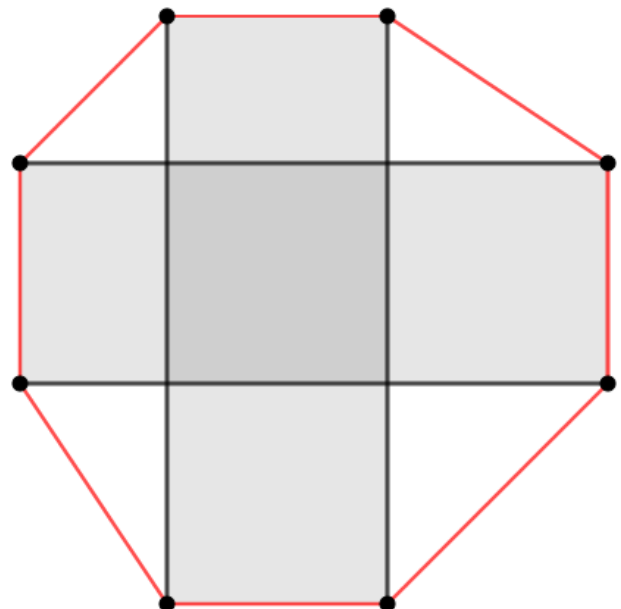


a) Sofia formou uma figura sobrepondo os dois retângulos de forma que um deles ficasse na vertical e o outro na horizontal. Qual é a área total da figura?



b) Qual é o perímetro da figura formada no item anterior?

c) Sofia pregou um prego preto em alguns vértices da figura do item a e contornou a figura com uma corda vermelha bem esticada como mostrado ao lado. Qual é a área delimitada pela corda?



5. Nalbert possui uma máquina chamada Matequerida que transforma todo número natural  $\star$  que é maior ou igual a 50 no número  $\star - 4$ . Por exemplo, o número 60 é maior que 50 e por isso a Matequerida transforma o 60 no número  $60 - 4 = 56$ , assim, dizemos que o transformado de 60 é o 56.

Além disso, a máquina transforma todo número natural  $\star$  que é menor que 50 no transformado do transformado do número  $\star + 5$ . Por exemplo, o número 49 é menor que 50 e por isso a Matequerida transforma o 49 no transformado do transformado do número  $49 + 5 = 54$ . Observe que como 54 é maior que 50, o transformado de 54 será o  $54 - 4 = 50$ , logo, a Matequerida transforma o número 49 no transformado de 50.

---

a) Em qual número que a Matequerida transformará o 50?

---

b) Em qual número que a Matequerida transformará o 49?

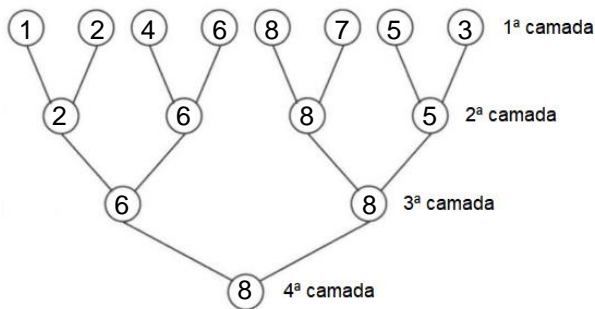
---

c) Em qual número que a Matequerida transformará o 48? E o 47?

---

d) Quais os números que nunca são possíveis de se obter ao transformar um número usando a Matequerida?

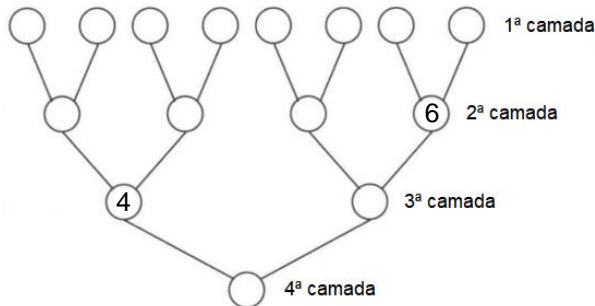
6. Davi possui uma Arvore binária formada por 4 camadas, a primeira camada possui 8 bolinhas no qual ele preenche com os números de 1 a 8. A partir da segunda camada deve-se preencher cada uma dessas bolinhas com o maior dos números que estão nas duas bolinhas da camada anterior ligadas a ela. Veja o exemplo abaixo.



Davi diz que essa é a arvore binária do número 12468753, pois na primeira camada os algarismos de 1 a 8 foram colocados, da esquerda para a direita, nessa ordem. Note que o número 8 sempre aparecerá na 4ª camada, pois ele é o maior dentre os números de 1 a 8.

a) Quais são os números que nunca aparecerão na 3ª camada?

b) Quantos são os números de 8 algarismos diferentes, utilizando os dígitos de 1 a 8, no qual sua arvore binária possui os dígitos 4 e 6 nas posições indicadas abaixo?



c) Quantos são os números de 8 algarismos diferentes, utilizando os dígitos de 1 a 8, no qual sua arvore binária possui o 6 na segunda camada e não possui o dígito 6 na terceira camada?