“Enunciado da questão número 1”

Katarine faz o resumo quadriculado de números com menos de 10 algarismos. Para fazer isso basta preencher um quadriculado 2 x 2 colocando a quantidade de algarismos ímpares na casa superior esquerda, a quantidade de algarismos pares na casa superior direita, a quantidade de algarismos diferentes na casa inferior esquerda e a soma de todos os algarismos na casa inferior direita, como mostrado na figura 1.

Por exemplo, o resumo quadriculado do número 23526 será da forma mostrada na figura 2, pois há 2 algarismos ímpares, 3 algarismos pares, 4 algarismos diferentes, que são o 2, 3, 5 e 6, e a soma dos algarismos é de 2 + 3 + 5 + 2 + 6 = 18.

Algarismos Ímpares	Algarismos Pares
Algarismos Diferentes	Soma dos Algarismos

Figura 1

2	3
4	18

Figura 2

---

a) Faça o resumo quadriculado do número 12345678 no quadriculado abaixo.

---

b) Explique porque não existem números com o resumo quadriculado mostrado abaixo.

4	5
4	25

---

c) Qual o maior número que possui o resumo quadriculado abaixo?

3	1
3	9

“Solução da questão número 1”

a) O número 12345678 possui 4 algarismos ímpares, 4 algarismos pares, 8 algarismos diferentes no total e a soma de todos os seus algarismos é 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36. Portanto, o resumo quadriculado do número 12345678 será:

4	4
8	36

b) O resumo quadriculado apresentado representa um número que possui 4 algarismos ímpares e 5 algarismos pares. Essa informação nos garante que a soma de todos os algarismos deve ser par, pois, utilizando paridade, sabemos que ÍMPAR + ÍMPAR = PAR e PAR + PAR = PAR, assim, a soma dos 4 algarismos ímpares deve resultar em um número par e, de forma análoga, a soma dos 5 algarismos pares também deve resultar em um número par, ou seja, a soma de todos os algarismos desse número deve ser PAR. Porém, no resumo quadriculado apresentado temos que a soma de todos os algarismos desse número é 25, o que não pode ocorrer, uma vez que 25 não é par. Logo, não existem números com o resumo quadriculado apresentado.

c) Queremos encontrar o maior número que possui, conforme as informações do resumo quadriculado: 3 algarismos ímpares, 1 algarismo par, um total de 3 algarismos diferentes e cuja a soma de seus algarismos resulte em 9.

Perceba que esse número terá, no total, 4 algarismos. Assim, como existem apenas 3 algarismos diferentes, temos que um deles se repetirá. Desse modo, como há apenas um algarismo par, podemos concluir que o algarismo que repete deve ser ímpar.

Vamos ver por quais algarismos são formados os possíveis números:

- Se o algarismo par for o 8, que é o maior algarismo par, não podemos formar nenhum número, pois 9 – 8 = 1, ou seja, a soma dos 3 algarismos ímpares é 1, o que sabemos que não pode ocorrer, já que cada um deles será no mínimo 1.

- Se o algarismo par for o 6, não podemos formar nenhum número, pois 9 – 6 = 3, ou seja, a soma dos 3 algarismos ímpares é 3, mas há apenas uma forma de isso ocorrer: se todos os algarismos ímpares forem 1, contudo, deve haver 3 algarismos diferentes no total e não 2.

- Se o algarismo par for o 4, temos que soma dos 3 algarismos ímpares deverá ser 9 – 4 = 5, ou seja, a soma dos 3 algarismos ímpares é 5. Existe apenas uma forma de isso ocorrer: se dois dos algarismos for 1 e o terceiro for 3. Note que dessa maneira haverá exatamente 3 algarismos diferentes no total.

- Se o algarismo par for o 2, temos que soma dos 3 algarismos ímpares deverá ser 9 – 2 = 7, ou seja, a soma dos 3 algarismos ímpares é 7. Existem duas formas de isso ocorrer: se dois dos algarismos for 1 e o terceiro for 5 ou se dois dos algarismos for 3 e o terceiro for 1. Note que dessas maneiras haverá exatamente 3 algarismos diferentes no total.

- Se o algarismo par for o 0, temos que soma dos 3 algarismos ímpares deverá ser 9 – 0 = 9, ou seja, a soma dos 3 algarismos ímpares é 9. Existe apenas 1 forma de isso ocorrer: se dois dos algarismos for 1 e o terceiro for 7. Note que dessa maneira haverá exatamente 3 algarismos diferentes no total.

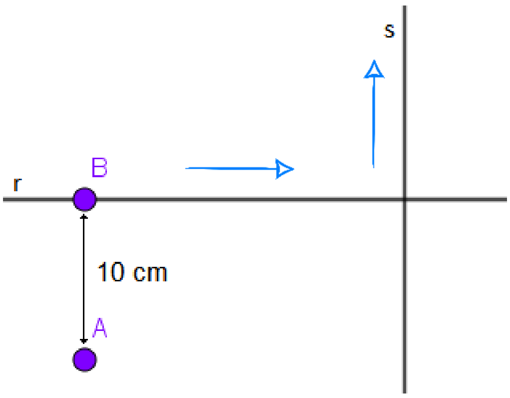
As 4 possibilidades estão listadas abaixo e na frente há o maior número que é possível se formar com os 4 algarismos, note que para obter o maior número basta colocar os algarismos de maior valor a esquerda.

1ª) Utilizando os algarismos 4, 1, 1 e 3 $\rightarrow$ maior número: 4311;
2ª) Utilizando os algarismos 2, 1, 1 e 5 $\rightarrow$ maior número: 5211;
3ª) Utilizando os algarismos 2, 3, 3 e 1 $\rightarrow$ maior número: 3321;
4ª) Utilizando os algarismos 0, 1, 1 e 7 $\rightarrow$ maior número: 7110;

Portanto, o maior número é o 7110.

“Enunciado da questão número 2”

A figura ao lado mostra duas formiguinhas, chamadas Arlinda e Berlinda, que são representadas pelos pontos A e B, respectivamente, além de duas retas r e s que são perpendiculares, isso é, formam um ângulo de 90 graus. A formiguinha Arlinda fica sempre parada e se encontra a uma distância de 10 centímetros da reta r, isso é, sua altura em relação à reta r é de 10 cm.

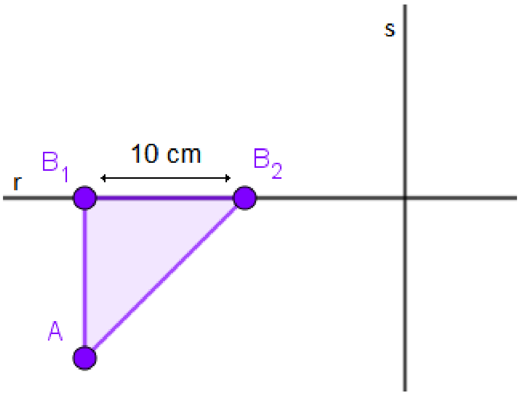


A formiguinha Berlinda está a uma distância de 20 cm da reta s, começando a andar no momento em que acionamos um contador de tempo. Além disso, ela sempre caminha 10 cm por minuto seguindo pela reta r em direção a reta s e, depois, virando para a esquerda e seguindo pela reta s, conforme mostrado.

Vamos definir a área de uma caminhada de determinado período como sendo a área do triângulo formado pelo ponto que representa a posição inicial da Berlinda nesse período, o ponto que representa a posição final da Berlinda nesse período e o ponto que representa a posição da Arlinda.

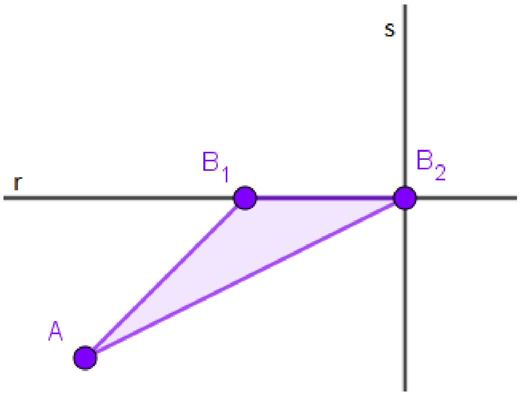
---

a) Durante o intervalo de 0 segundos a 60 segundos Berlinda andará 10 cm, indo do ponto B_1 até o ponto B_2. Qual é a área de caminhada desse período?



---

b) Durante o intervalo de 60 segundos a 120 segundos Berlinda irá do ponto B_1 até o ponto B_2. Qual é a área de caminhada desse período?



---

c) Explique porque a área de caminhada do período que vai do intervalo de 60 segundos a 180 segundos será 0.

“Solução da questão número 2”

a) Note inicialmente que, como mostrado na primeira figura do enunciado, quando o cronometro marca 0 segundo a distância entre Arlinda e Berlinda é de 10 centímetros e Berlinda se encontra na reta r, assim, como a altura de Arlinda em relação a reta r também é de 10 centímetros, concluímos que o seguimento AB_1 é perpendicular a reta r, ou seja, que é a altura de Arlinda em relação a reta r. Logo, a área do triângulo AB_1B_2 será de:

$$\text{Área} = (B_1B_2 \times \text{altura}) \div 2 = (B_1B_2 \times AB_1) \div 2$$
$$= (10 \times 10) \div 2 = 50 \text{ cm}^2$$

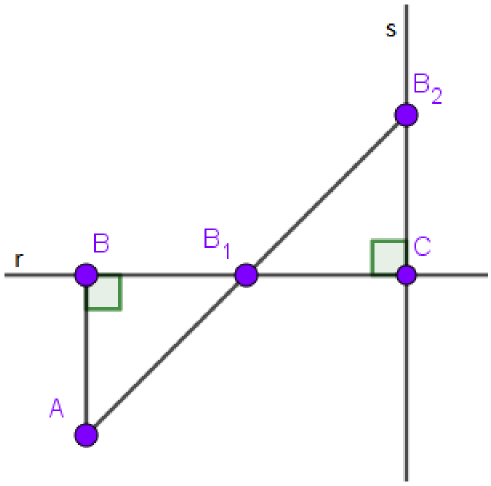
Portanto, a área de caminhada do período de 0 a até 60 segundos será de 50 cm².

b) De forma análoga ao item anterior, temos que a distância entre B_1 e B_2 é de 10 cm, pois Berlinda andou, novamente, durante um minuto. Note que B_2 é o ponto de interseção entre as retas r e s.

$$\text{Área} = (B_1B_2 \times \text{altura}) \div 2 = (10 \times 10) \div 2 = 50 \text{ cm}^2$$

Portanto, a área de caminhada do período de 60 a até 120 segundos será de 50 cm².

c) Seja B o ponto que representa a posição de Berlinda no momento em que o cronometro marca 0 segundo. Seja B_1 o ponto que representa a posição inicial de Berlinda, isso é, quando o cronometro marca 60 segundos. Seja C o ponto de interseção entre as retas r e s e seja B_2 o ponto que representa a posição final de Berlinda, isso é, quando o cronometro marca 180 segundos. Devemos mostrar que os pontos A, B_1 e B_2 não formam um triângulo.



Observe que, conforme o item anterior, o ponto C está marcando a posição em que Berlinda estará no momento em que o cronometro marca 120 segundos. Além disso, Berlinda vai do ponto C ao ponto B_2 em 60 segundos, logo a distância entre C e B_2 é de 10 cm.

Assim, temos que:

$AB = BB_1 = B_1C = CB_2 = 10$ cm

Como os ângulos $\angle ABB_1$ e $\angle B_1CB_2$ são retos, isso é, medem 90º, então os triângulos ABB_1 e B_2CB_1 são congruentes, seu seja, iguais. Isso acontece porque os dois triângulos são retângulos isósceles e possuem os catetos tendo as mesmas medidas.

Logo, como o os pontos B, B_1 e C são colineares e os ângulos $\angle AB_1B$ e $\angle CB_1B_2$ são iguais, então o vértice B_1 forma ângulos opostos pelo vértice, o que implica que os pontos A, B_1 e B_2 também são colineares e por isso não formam um triângulo.

“Enunciado da questão número 3”

Mileto brinca de escolher um número qualquer e determinar os números esquerdinhas e direitinhas desse número.

- Os números direitinhas serão aqueles que é possível formar apagando um ou mais algarismos da extrema esquerda do número. Por exemplo, os números 2345, 345, 45 e 5 são todos os direitinhas de 12345.
- Os números esquerdinhas serão aqueles que é possível formar apagando um ou mais algarismos da extrema direita do número. Por exemplo, os números 1234, 123, 12 e 1 são todos os esquerdinhas de 12345.

---

a) Quais são os números esquerdinhas e direitinhas do número 1245789658?

---

b) Qual é o maior número formado por 8 algarismos em que o conjunto dos números direitinhas é igual ao conjunto dos números esquerdinhas?

---

c) Determine qual é o número de 8 algarismos em que:

- Um de seus esquerdinhas é o 23;
- Um de seus direitinhas é o 16;
- Um dos direitinhas de um de seus esquerdinhas é o 459;
- Um dos esquerdinhas de um de seus direitinhas é o 931.

“Solução da questão número 3”

a) Os direitinhas do número 1245789658 serão:

245789658, 45789658, 5789658, 789658, 89658, 9658, 658, 58 e 8.

Já os esquerdinhas do número 1245789658 serão:

124578965, 12457896, 1245789, 124578, 12457, 1245, 124, 12 e 1.

b) Seja **abcdefgh** um número de 8 algarismos, de forma que cada uma dessas letras represente um algarismo. Note que o conjunto dos números direitinhas e esquerdinhas deve conter exatamente um elemento com cada uma das quantidades de algarismos, nesse caso essa quantidade varia de 1 a 7. Além disso, ambos os conjuntos devem possuir os mesmos elementos.

► O elemento contendo 1 algarismo no conjunto dos esquerdinhas do número **abcdefgh** é o **a** e dos direitinhas é o **h**. Assim, **a** = **h** → **abcdefgh** = **abcdefga**.
► O elemento contendo 2 algarismos no conjunto dos esquerdinhas do número **abcdefga** é o **ab** e dos direitinhas é o **ga**. Assim, **ab** = **ga** → **a** = **g** e **b** = **a** → **abcdefga** = **aacdefaa**.
► O elemento contendo 3 algarismos no conjunto dos esquerdinhas do número **aacdefaa** é o **aac** e dos direitinhas é o **faa**. Assim, **aac** = **faa** → **a** = **f** e **c** = **a** → **aacdefaa** = **aaadeaaa**.
► O elemento contendo 4 algarismos no conjunto dos esquerdinhas do número **aaadeaaa** é o **aaad** e dos direitinhas é o **eaaa**. Assim, **aaad** = **eaaa** → **a** = **e** e **d** = **a** → **aaadeaaa** = **aaaaaaaa**.
► Continuando o procedimento se obtêm que os elementos do conjunto dos direitinhas e do conjunto dos esquerdinhas são iguais.

Assim, devemos procurar o maior número que possui todos os algarismos iguais. Para isso basta fazer **a** = 9, que é o maior valor de um algarismo. Portanto 99999999 é o maior número formado por 8 algarismos em que o conjunto dos números direitinhas é igual ao conjunto dos números esquerdinhas.

c) Seja **abcdefgh** um número de 8 algarismos, de forma que cada uma dessas letras represente um algarismo. Como o número 23 pertence ao conjunto dos esquerdinhas desse número, então temos que, pela definição, **a** = 2 e **b** = 3. De forma análoga, como o número 16 pertence ao conjunto dos direitinhas desse número, então temos que, pela definição, **g** = 1 e **h** = 6. Assim, esse número procurado é da forma 23**cdef**16. Note que falta encontrar 4 dos algarismos.

Veja que o conjunto dos esquerdinhas do número procurado é composto pelos seguintes números:

2, 23, 23**c**, 23**cd**, 23**cde**, 23**cdef** e 23**cdef**1.

A união dos conjuntos dos direitinhas de cada um dos esquerdinhas desse número é:

3; 3**c** e **c**; 3**cd**, **cd** e **d**; 3**cde**, **cde**, **de** e **e**; 3**cdef**, **cdef**, **def**, **ef** e **f**; 3**cdef**1, **cdef**1, **def**1, **ef**1, **f**1 e 1.

Temos a informação de que um dos direitinhas de um dos esquerdinhas do número procurado é o 459. Note que os direitinhas dos esquerdinhas desse número que possuem 3 algarismos são:

3**cd**, **cde**, **def** ou **ef**1.

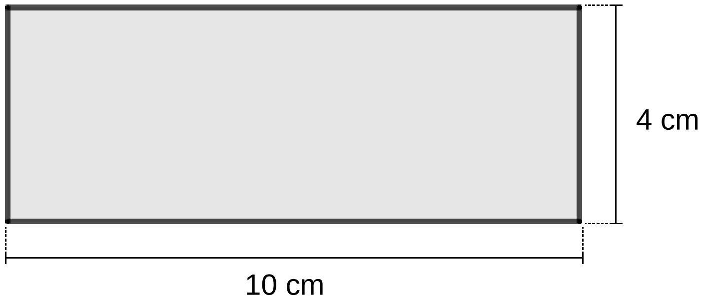
Assim, restam apenas duas possibilidades:

cde = 459 → formando o número 23459**f**16 ou
def = 459 → formando o número 23**c**45916

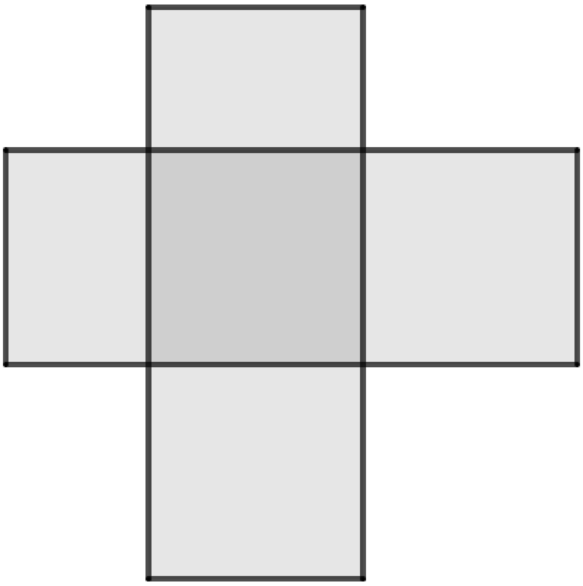
Mas também temos a informação de que um dos esquerdinhas de um dos direitinhas do número procurado é o 931. Se **def** = 459, então não é possível formar o 931 utilizando 3 números consecutivos. Logo, **cde** = 459, o que faz 9**f**1 = 931 → **f** = 3. Perceba que, de fato, o número 931 pertence ao conjunto dos esquerdinhas do número 9316 e que o número 9316 realmente pertence ao conjunto dos direitinhas do número 23459316. Portanto, o número procurado é o 23459316.

“Enunciado da questão número 4”

4. Sofia possui dois retângulos iguais cujos lados medem 10 cm e 4 cm.

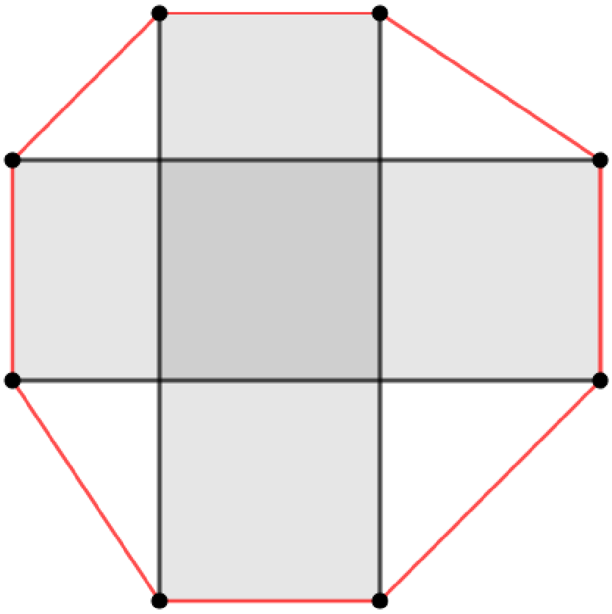


a) Sofia formou uma figura sobrepondo os dois retângulos de forma que um deles ficasse na vertical e o outro na horizontal. Qual é a área total da figura?



b) Qual é o perímetro da figura formada no item anterior?

c) Sofia pregou um prego preto em alguns vértices da figura do item a) e contornou a figura com uma corda vermelha bem esticada como mostrado ao lado. Qual é a área delimitada pela corda?

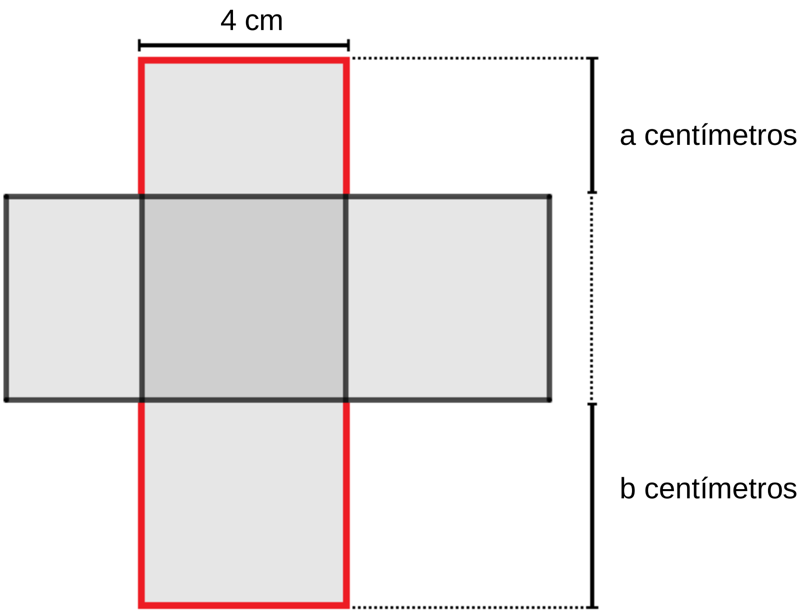


“Solução da questão número 4”

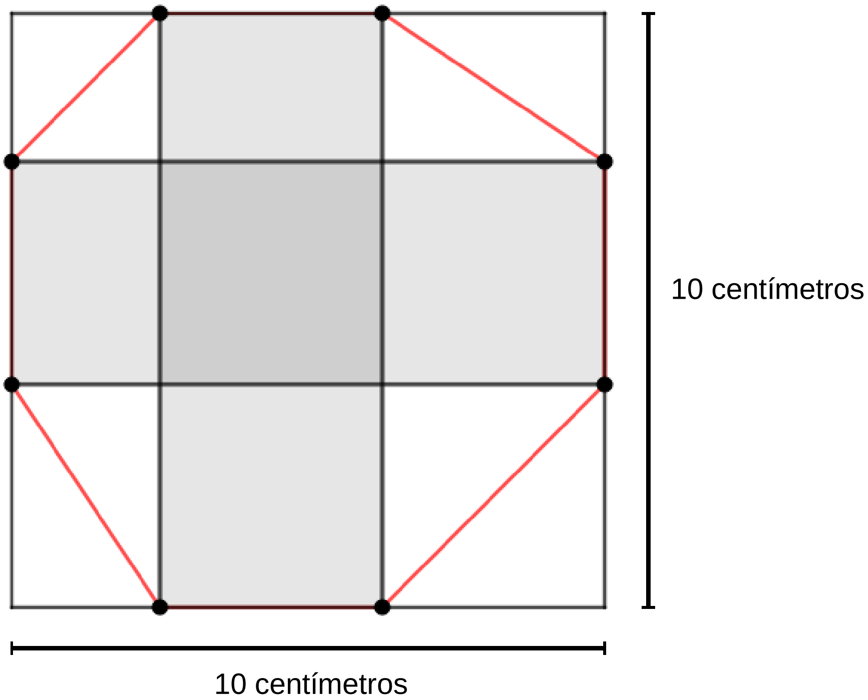
a) A área total da figura será igual a soma da área dos dois retângulos subtraída da área sobreposta. Desse modo, como a área sobreposta forma um retângulo, temos que a medida de seus lados adjacentes serão de 4 cm e 4 cm, ou seja, esse retângulo é, na realidade, um quadrado.

Assim, a área total da figura será de $(10 \times 4) + (10 \times 4) - (4 \times 4) = 40 + 40 - 16 = 80 - 16 = 64$ cm².

b) O perímetro da parte vermelha mostrada na figura abaixo deve ser igual a $2 \times (a + b) + 2 \times 4$.
Contudo, observe que $(a + b) = 10 - 4 = 6$ centímetros. Assim, o perímetro da parte vermelha deve ser de $2 \times (6 + 4) = 20$ centímetros. Procedendo de forma análoga para o retângulo na horizontal, obtemos que o perímetro da figura é $2 \times 20 = 40$ cm.

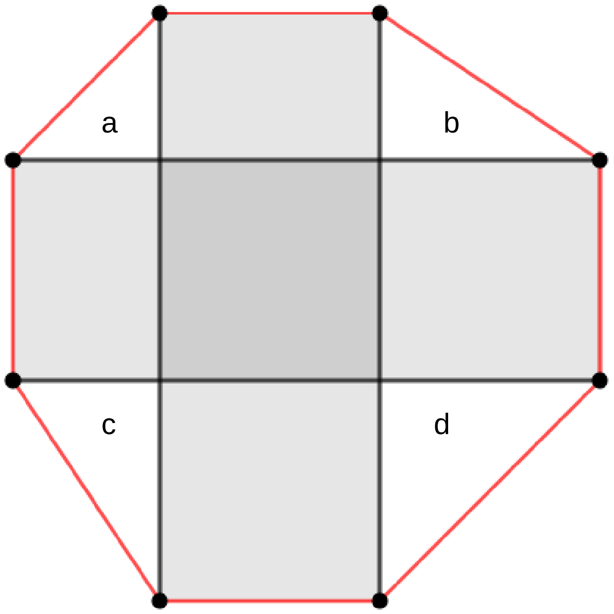


c) É possível formar um quadrado tendo lado medindo 10 centímetros a partir da figura inicial, como mostrado abaixo.



Note que esse quadrado é formado pela figura do item a, ou seja, pelos retângulos sobrepostos, e, também, por mais 4 retângulos localizados nas extremidades do quadrado maior.
Note que os seguimentos em vermelho no interior de cada um dos quatro retângulos são suas diagonais, ou seja, dividem o retângulo em dois triângulos de mesma área.

Seja a, b, c e d as áreas de cada um dos triângulos brancos conforme a figura abaixo:



Desse modo, temos que a área procurada é de, conforme o item a: $64 + a + b + c + d$;

Porém, sabemos que

$64 + 2 \times (a + b + c + d) = 100$

$a + b + c + d = 36 \div 2 = 18$ cm²

Assim, a área procurada é de $64 + 18 = 82$ cm².

“Enunciado da questão número 5”

Nalbert possuí uma máquina chamada Matequerida que relaciona todo número natural ✰ que é maior ou igual a 50 ao número ✰ - 4. Por exemplo, o número 60 é maior que 50 e por isso a Matequerida relaciona ao 60 o número 60 – 4 = 56, assim, dizemos que o número relacionado ao 60 é o 56.

Além disso, a máquina relaciona todo número natural ✰ que é menor que 50 ao mesmo número que é relacionado ao relacionado do número ✰ + 5. Por exemplo, o número 49 é menor que 50 e por isso a Matequerida relaciona ao 49 o mesmo número que é relacionado ao relacionado do número 49 + 5 = 54, observe que como 54 é maior que 50, o número relacionado ao 54 será o 54 – 4 = 50, logo, a Matequerida relaciona ao número 49 o mesmo número que é relacionado ao 50.

---

a) Qual é o número que a Matequerida irá relacionar ao 50?

---

b) Qual é o número que a Matequerida irá relacionar ao 49?

---

c) Qual é o número que a Matequerida irá relacionar aos números 48 e 47?

---

d) Quais são os números naturais no qual a Matequerida nunca irá relacionar a algum número?

“Solução da questão número 5”

a) Como a Matequerida relaciona todo número natural ☆ que é maior ou igual a 50 ao número ☆ - 4, temos que ela irá relacionar ao número 50 o número 50 – 4 = 46.

b) Como a máquina relaciona todo número natural ☆ que é menor que 50 ao mesmo número que é relacionado ao relacionado do número ☆ + 5, temos que ela irá relacionar ao número 49 o mesmo número que é relacionado ao relacionado do número 49 + 5 = 54, observe que como 54 é maior que 50, o número relacionado ao 54 será o 54 – 4 = 50, logo, a Matequerida relaciona ao número 49 o mesmo número que é relacionado ao 50, ou seja, o número 46.

c) A Matequerida irá relacionar ao número 48 o mesmo número que é relacionado ao relacionado do número 48 + 5 = 53, observe que como 53 é maior que 50, o número relacionado ao 53 será o 53 – 4 = 49, logo, ela relaciona ao número 48 o mesmo número que é relacionado ao 49, ou seja, o número 46.

A Matequerida irá relacionar ao número 47 o mesmo número que é relacionado ao relacionado do número 47 + 5 = 52, observe que como 52 é maior que 50, o número relacionado ao 52 será o 52 – 4 = 48, logo, ela relaciona ao número 47 o mesmo número que é relacionado ao 48, ou seja, o número 46.

d) Note que o número relacionado ao 50, 49, 48 e 47 é o mesmo: o 46.

Observe que todos os números maiores que 46 são os relacionados de algum número que é maior que 50, isso acontece porque sempre existirá um número ☆ tal que a Matequerida o relaciona a ☆ - 4, sendo ☆ - 4 maior que 46.

Observe também que a Matequerida irá relacionar ao número 46 o mesmo número que é relacionado ao relacionado do número 46 + 5 = 51, observe que como 51 é maior que 50, o número relacionado ao 51 será o 51 – 4 = 47, logo, ela relaciona ao número 46 o mesmo número que é relacionado ao 47, ou seja, o número 46.

A Matequerida também irá relacionar ao número 45 o mesmo número que é relacionado ao relacionado do número 45 + 5 = 50, observe que como 50 é igual a 50, o número relacionado ao 50 será o 50 – 4 = 46, logo, ela relaciona ao número 45 o mesmo número que é relacionado ao 46, ou seja, o número 46.

Agora o que acontece quando a Matequerida tem um número menor que 45 para relacionar?

Note que a Matequerida irá relacionar a um número ♣ , que é menor que 45, o mesmo número que é relacionado ao relacionado do número ♣ + 5, mas como ♣ é menor que 45, então ♣ + 5 também será menor que 45 + 5 = 50.

Vamos assumir que a Matequerida relaciona todos os números entre ♣, que é menor que 45, e 50 o número 46. Observe que isso aconteceu para todos os casos testados. Logo o relacionado do número ♣ + 5 com certeza será 46.

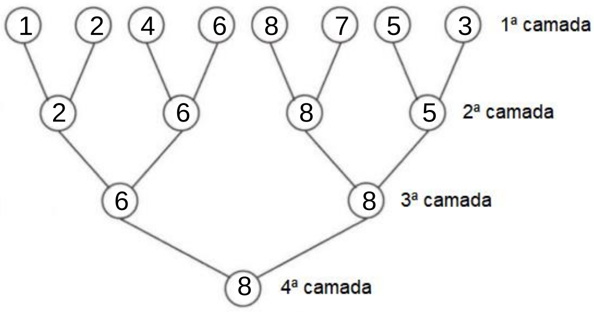
Então a Matequerida irá relacionar a um número ♣ , que é menor que 45, o mesmo número que é relacionado ao 46, mas o número que é relacionado ao 46 é o próprio 46.

Portanto a Matequerida relaciona a todo número que é menor que 50 o número 46.

Desse modo, temos que nenhum número será relacionado a algum número de 1 a 45.

“Enunciado da questão número 6”

Davi possui uma Arvore binária formada por 4 camadas, a primeira camada possui 8 bolinhas no qual ele preenche com os números de 1 a 8. A partir da segunda camada deve-se preencher cada uma dessas bolinhas com o maior dos números que estão nas duas bolinhas da camada anterior ligadas a ela. Veja o exemplo abaixo.



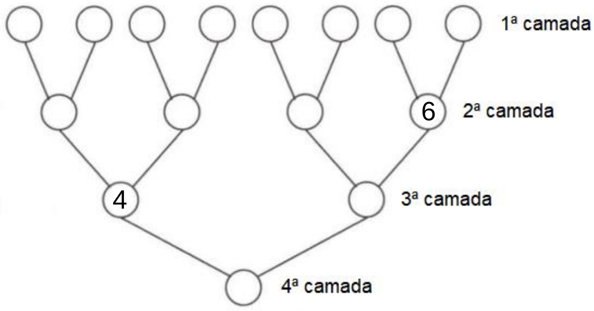
Davi diz que essa é a arvore binária do número 12468753, pois na primeira camada os algarismos de 1 a 8 foram colocados, da esquerda para a direita, nessa ordem. Note que o número 8 sempre aparecerá na 4ª camada, pois ele é o maior dentre os números de 1 a 8.

---

a) Quais são os números que nunca aparecerão na 3ª camada?

---

b) Quantos são os números de 8 algarismos diferentes, utilizando os dígitos de 1 a 8, no qual sua arvore binária possui os dígitos 4 e 6 nas posições indicadas abaixo?



---

c) Quantos são os números de 8 algarismos diferentes, utilizando os dígitos de 1 a 8, no qual sua arvore binária possua o 6 na segunda camada e não possui o digito 6 na terceira camada?

“Solução da questão número 6”

a) Note que para um número aparecer na terceira camada ele deve ser o maior dentre os dois números da segunda camada em que ele é conectado, e cada um desses devem ser o maior dentre os dois números da primeira camada em que são conectados. Logo, cada número da terceira camada deve ser o maior dentre 4 números da primeira camada. Desse modo os números 1, 2 e 3 nunca aparecerão na terceira camada, pois não existe nenhum conjunto de 4 elementos no qual o 1, o 2 ou o 3 seja o maior, já que pelo princípio das casas dos pombos sempre haverá algum número maior que 3 nesse conjunto.

b) Note que o 4 é o maior dentre os 4 primeiros dígitos mais a esquerda, logo, os dígitos que ocuparão esse bloco devem ser o 1, o 2, o 3 e o 4. Assim, utilizando o princípio multiplicativo, o total de maneiras será de 4! = 1 × 2 × 3 × 4 = 24.

São elas:

1234	2134	3124	4123
1243	2143	3142	4132
1324	2314	3214	4213
1342	2341	3241	4231
1423	2413	3412	4312
1432	2431	3421	4321

Perceba também que o 6 é o maior dentre os 2 últimos dígitos mas a direita, logo, os dígitos que ocuparão esse bloco devem ser o 5 e o 6, já que todos os dígitos menores que 5 já foram utilizados. Logo, há 2 maneiras de preencher esse bloco: com o 56 ou o 65.

Note que as 2 posições que sobraram, que são vizinhas, devem ser preenchidas com os números 7 e 8. Havendo, desse modo, 2 maneiras: 78 ou 87.

Portanto o total de maneiras será de:

24 × 2 × 2 = 96.

c) Note que a arvore binária deve possuir o 6 em uma bolinha da segunda camada, ou seja, o 6 deve ser o maior dentre os dois números da primeira camada em que essa bolinha é conectada. Além disso, o 6 não pode aparecer na terceira camada, assim, o 6 não pode ser o maior dentre os dois números da segunda camada em que uma bolinha da terceira camada é conectada.

Logo, temos 2 possibilidades a avaliar, que são análogas:
1ª) A bolinha da terceira camada que é conectada a bolinha com o número 6 é aquela da esquerda;
2ª) A bolinha da terceira camada que é conectada a bolinha com o número 6 é aquela da esquerda;

Na primeira possibilidade a bolinha de número 6 estará, na primeira camada, no bloco que corresponde aos 4 dígitos mais a esquerda desse número de 8 dígitos.
Defina um par de bolinhas de uma determinada camada como sendo aquele em que essas bolinhas são conectadas a uma mesma bolinha na camada seguinte. Assim, as bolinhas nas posições, da esquerda para a direita, 1 e 2, 3 e 4, 5 e 6, 7 e 8 são pares de bolinhas, pois são conectadas a uma mesma bolinha na segunda camada.

Se o 6 estiver na bolinha de posição 1, então seu par deve possuir um número menor que 6, ou seja, a bolinha na posição 2 deve possuir um número menor que 6, e se o 6 estiver na bolinha de posição 2, então seu par deve ser menor que 6, ou seja, a bolinha na posição 1 deve possuir um número menor que 6. Temos, assim, 5 + 5 = 10 possibilidades.

Note que ao menos uma das bolinhas do segundo par, ou seja, aquelas que estão nas posições 3 e 4, deve ser maior que 6 para que a segunda condição seja satisfeita. Desse modo, devemos calcular quantas são as maneiras de formar esse segundo par.
Já foram usados dois números: o 6 e um número menor que 6.

Assim, sobram 6 números, no qual 2 são maiores que 6 e 4 são menores que 6. Podemos contar todos os casos e retirar as possibilidades em que há dois números menores que 6 no segundo par. Para fazer isso utilizaremos o Princípio Multiplicativo:

Há $6 \times 5 = 30$ maneiras no total de colocar um dos números na posição 3 e o outro na posição 4. Dessas, há $4 \times 3 = 12$ maneiras de colocar um número na posição 3 e o outro na posição 4 no qual ambos são menores que 6. Logo, há $30 - 12 = 18$ maneiras.

Os números a serem colocados nas posições 5, 6, 7 e 8 não influenciarão nas restrições e, como sobraram 4 dígitos, eles podem ser posicionados de $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ maneiras.

Portanto há $10 \times 18 \times 24 = 4320$.

Procedendo de forma análoga, temos que também há 4320 maneiras se o 6 estiver no segundo par da primeira camada, isso é, estiver nas posições 3 ou 4. Assim, para a primeira possibilidade há $4320 + 4320 = 8640$ maneiras.

Procedendo de forma análoga, temos que também há 8640 maneiras na segunda possibilidade.

Logo, no total, há $8640 + 8640 = 17280$ maneiras.