Comentário – Simulado OBMEP 2019 – Primeira fase

Estrutura do comentário:

O comentário de cada uma das questões apresenta qual é a resposta correta e até dois dos seguintes tópicos que compõe a estrutura desse comentário:

i) **Solução**: Apresenta a resolução da questão;
ii) **Dica**: Apresenta uma ou mais dicas para resolver a questão;
iii) **Baseado em**: Apresenta uma ou mais questões da OBMEP que são parecidas com as cobradas no simulado e links de acesso a prova e às soluções.

Questão 1: Alternativa c)

Baseado em:

Questão 2 - nível 1, fase 1 – OBMEP 2005
Link da prova: http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n1-2005.pdf
Link da solução: http://www.obmep.org.br/provas_static/sf1n1-2005.pdf

Dica: Lembre-se que a área de um retângulo é dada pela multiplicação de seu comprimento pela largura.

Questão 2: Alternativa b)

Dica: Note que cada moeda de 50 centavos equivale a duas moedas de 25 centavos.

Solução:

Se Luiza tiver exatamente 16 moedas, então, para que seja possível ela ter exatamente R$6,00, é preciso haver 8 moedas de 50 centavos e 8 moedas de 25 centavos, uma vez que $8 \times 0{,}50 + 8 \times 0{,}25 = 4 + 2 = 6$. Daí, observe que se houver 17 moedas, basta pegar uma das moedas de 50 centavos do caso anterior e trocar por duas moedas de 25 centavos. Prosseguindo desse modo o número de moedas de 50 centavos irá diminuir até chegar a zero, obtendo o número máximo de moedas, que seria de 24, já que $24 \times 0{,}25 = 6$. Portanto, o número máximo de moedas de 50 centavos é de 8.

Questão 3: Alternativa d)

Baseado em:

Questão 12 - nível 1, fase 1 – OBMEP 2017
Link da prova: http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n1-2017.pdf
Link da solução: http://www.obmep.org.br/provas_static/sf1n1-2017.pdf

Questão 4: Alternativa e)

Baseado em: As questões abaixo são mais difíceis que a cobrada no simulado.

Questão 20 - nível 1, fase 1 – OBMEP 2017
Link da prova: http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n1-2005.pdf
Link da solução: http://www.obmep.org.br/provas_static/sf1n1-2005.pdf

Questão 19 - nível 1, fase 1 – OBMEP 2012
Link da prova: http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n1-2012.pdf
Link da solução: http://www.obmep.org.br/provas_static/sf1n1-2012.pdf

Dica: Observe que o número mínimo de biscoitos redondos que pode haver no pote de número 2 ocorrerá exatamente quando o pote de número 1 possuir o maior número possível de biscoitos redondos.

Questão 5: Alternativa c)

Baseado em:

Questão 10 - nível 1, fase 1 – OBMEP 2017
Link da prova: http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n1-2018.pdf
Link da solução: http://www.obmep.org.br/provas_static/sf1n1-2018.pdf

Questão 6: Alternativa a)

Baseado em:

Questão 12 - nível 1, fase 1 – OBMEP 2005
Link da prova: http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n1-2005.pdf
Link da solução: http://www.obmep.org.br/provas_static/sf1n1-2005.pdf

Questão 7: Alternativa e)

Baseado em:

Questão 09 - nível 1, fase 1 – OBMEP 2018
Link da prova: http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n1-2018.pdf
Link da solução: http://www.obmep.org.br/provas_static/sf1n1-2018.pdf

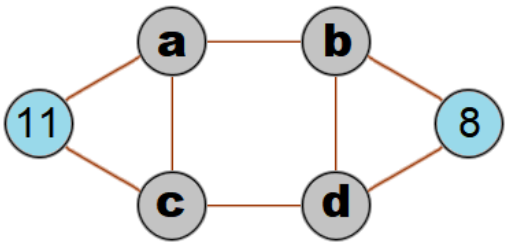
Dica: Sabemos que a nota de um dos alunos foi de 80. Mas observe que o fato da média das notas dos outros três alunos ser 88 não implica que ambos os três tiraram 88, mas sim que a soma das notas dos três é de $88 \times 3 = 264$.
Lembre que a média das notas dos 4 alunos pode ser obtida somando-se suas notas e dividindo pelo número de alunos.

Questão 8: Alternativa a)

Solução:

Sejam a, b, c e d os valores que se encontram em cada uma das bolinhas cinzas, conforme desenhado abaixo. De acordo com o enunciado temos que:

$a + c + 11 = a + b + c + d = b + d + 8$



Mas observe que $a + c + 11 = a + b + c + d$ implica que $b + d = 11$, assim como $a + b + c + d = b + d + 8$ implica $a + c = 8$.

Logo, a soma dos números que se encontram em cada uma das bolinhas cinzas é de $a + b + c + d = 11 + 8 = 19$.

Portanto, a multiplicação dos algarismos da soma dos números das bolinhas cinzas é de $1 \times 9 = 9$.

Questão 9: Alternativa a)

Baseado em:

Questão 5 - nível 1, fase 1 – OBMEP 2012
Link da prova: http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n1-2012.pdf
Link da solução: http://www.obmep.org.br/provas_static/sf1n1-2012.pdf

Dica: Tente determinar a medida do comprimento e da largura dos retângulos que compõem os quarteirões dessa cidade.

Questão 10: Alternativa c)

Baseado em:

Questão 15 - nível 1, fase 1 – OBMEP 2006
Link da prova: http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n1-2006.pdf
Link da solução: http://www.obmep.org.br/provas_static/sf1n1-2006.pdf

Questão 11: Alternativa d)

Dica: Não confunda a última vez em que Rafael viu o mecanismo funcionando com a última vez em que ele de fato funcionou. Tente determinar quantas vezes o mecanismo já funcionou desde aquele momento visto por Rafael e em seguida determine quanto tempo falta para o mecanismo funcionar novamente.

Solução:

A última vez em que Rafael viu o mecanismo funcionando foi a dois dias, quatro horas e vinte minutos. Isso equivale a exatamente $2 \times 24 \times 60 + 4 \times 60 + 20 = 3140$ minutos. Mas $3140 = 22 \times 140 + 60$, ou seja, 3140 deixa resto 60 na divisão por 140. Isso significa que, desde a última vez em que Rafael viu o mecanismo funcionando, ele já funcionou mais 22 vezes. Desse modo, já se passaram 60 minutos desde que o mecanismo funcionou pela última vez. Logo, faltam $140 - 60 = 80$ minutos para que ele funcione novamente.

Questão 12: Alternativa d)

Dica: Os passos feitos pelo matemágico pode ser compilado da seguinte forma:

Escolha de um número natural	→	+ 2	→	× 3	→	+ 1 ou + 2
1º passo		2º passo		3º passo		4º passo

Depois de realizado o terceiro passo, de multiplicar por 3 o resultado anterior, obteremos um número múltiplo de 3. Depois de realizado o quarto passo ainda será possível obter um múltiplo de 3?

Questão 13: Alternativa a)

Solução: Uma folha de um livro sempre contém duas páginas numeradas com números consecutivos. Logo, como a soma dos números das páginas da primeira folha é 127, temos que as páginas dessa folha eram numeradas com os números 63 e 64, já que $63 + 64 = 127$. De forma análoga, as páginas contidas na segunda folha arrancada são numeradas com os números 111 e 112, pois $111 + 112 = 223$. Logo, as folhas que existiam entre as folhas arrancadas continham as páginas de número 65 a até 110. Mas como cada folha possui duas páginas, o total de folhas entre as arrancadas será de $\frac{110 - 65\ (+1)}{2} = 23$. Note que somamos 1 porque queremos incluir a página de número 65.

Questão 14: Alternativa b)

Baseado em:

Questão 13 - nível 1, fase 1 – OBMEP 2011
Link da prova: http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n1-2011.pdf
Link da solução: http://www.obmep.org.br/provas_static/sf1n1-2011.pdf

Dica: Observe que $\frac{1}{3} \times 2 + \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 0 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$.

Portanto é como que se cada uma das mulheres dos $1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$ restantes utilizasse apenas um anel. Daí: $\frac{1}{7} \times 4 + \frac{2}{7} \times 3 + \frac{4}{7} \times 1 = \frac{14}{7} = 2$. Logo, é como que se cada mulher utilizasse dois anéis.

Questão 15: Alternativa d)

Baseado em:

Questão 17 - nível 1, fase 1 – OBMEP 2012
Link da prova: http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n1-2012.pdf
Link da solução: http://www.obmep.org.br/provas_static/sf1n1-2012.pdf

Questão 16: Alternativa e)

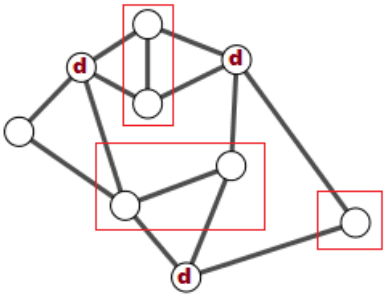
Dica: Abaixo estão as respectivas senhas:
Primeira senha: 102; Segunda senha: 931; Terceira senha: 450 e Quarta senha: 816.
A primeira senha é o menor número de três algarismos distintos. Desse modo, o menor algarismo que pode ocupar a casa de maior valor, que é a das centenas, é o 1, veja que se for o 0 então o número não será de três algarismos. Daí, o menor algarismo que pode ocupar a casa das dezenas será o 0 e a casa das unidades será ocupada pelo algarismo 2, uma vez que não se pode utilizar os algarismos 1 e 0 novamente. Logo, a primeira senha será 102 e, consequentemente, a quarta senha será o número $102 \times 8 = 816$.
Para obter a segunda senha tente colocar o menor algarismo possível na casa das unidades e depois verifique os demais.
Para obter a terceira senha lembre-se que um número é múltiplo de 5 quando a casa das unidades possuí os algarismos 0 ou 5. Além disso, um número é múltiplo de 9 quando a soma de seus algarismos é igual a 9 ou a um múltiplo de 9.

Questão 17: Alternativa b)

Baseado em:

Questão 13 - nível 1, fase 1 – OBMEP 2012
Link da prova: http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n1-2012.pdf
Link da solução: http://www.obmep.org.br/provas_static/sf1n1-2012.pdf

Dica: Note que as bolinhas que possuem as letras "d" serão sempre pintadas com a mesma cor. Além disso, as bolinhas contidas nos retângulos vermelhos podem ter suas cores mudadas ou alternadas. Observe, também, que as duas bolinhas ligadas a bolinha mais a esquerda sempre terão cores diferentes, logo, a cor dessa bolinha mais a esquerda já esta definida, sendo sempre a cor não utilizada pelas duas que estão ligadas a ela.



Questão 18: Alternativa b)

Dica: Marcos disse que havia apenas uma pessoa na fileira a sua frente. Logo, podemos concluir que Marcos está na segunda ou na terceira fileira.
Gustavo disse que haviam outras duas pessoas na sua fileira, ou seja, existem 3 pessoas na fileira em que Gustavo está. Além disso, ele disse que Tandara está na fileira exatamente atrás da dele. Logo, Gustavo está na primeira ou na segunda fileira. Observe também que Marcos não pode estar logo atrás de Gustavo, pois seria necessário que a fileira de Gustavo tivesse apenas uma pessoa.

Questão 19: Alternativa b)

Baseado em:

Questão 19 - nível 1, fase 1 – OBMEP 2017
Link da prova: http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n1-2017.pdf
Link da solução: http://www.obmep.org.br/provas_static/sf1n1-2017.pdf

Questão 20: Alternativa d)

Baseado em:

Questão 18 - nível 1, fase 1 – OBMEP 2010
Link da prova: http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n1-2010.pdf
Link da solução: http://www.obmep.org.br/provas_static/sf1n1-2010.pdf

Dica: Os algarismos das dezenas de milhar e unidades de milhar já estão definidos, eles devem ser, respectivamente, os dígitos 8 e 9.
Utilizando o princípio multiplicativo, quantos serão os números til que possuem o algarismo 0 na casa das dezenas? E que possuem o algarismo 1? E o 2?...