Introdução à Termodinâmica II

Hana Gabriela

1 O trabalho de uma transformação adiabática

Como visto no material "Introdução à Termodinâmica", uma transformação adiabática é aquela em que o sistema não recebe nem libera calor. Matematicamente:

$$q = 0$$

Aplicamos essa informação na 1ª Lei da Termodinâmica:

$$\Delta U = q - w$$

$$\Delta U = -w \tag{1}$$

1.1 Pensando "sem matemática"

Em uma expansão adiabática de um gás ideal, a temperatura aumenta ou diminui?
Nesse processo, a energia interna é convertida em trabalho já que não há calor envolvido. Se o gás realiza trabalho, a energia interna diminui e, consequentemente a temperatura diminui.
Se o gás sofre compressão, podemos pensar de maneira análoga. Nesse caso, o gás sofre trabalho e este se converte em energia interna, que aumenta. Assim, a temperatura aumenta. Agora, voltaremos para as expressões matemáticas.

2 Estimando as propriedades nas transformações adiabáticas

Para derivarmos expressões com mais aplicações, devemos separar em dois casos: (a) Reversível e (b) Irreversível.
Um processo reversível, na termodinâmica, é aquele feito em **infinitas etapas**. Assim, pode ser revertido por uma transformação infinitamente pequena. É um processo teórico em que o trabalho é máximo.
De maneira semelhante, o processo irreversível **não pode** ser revertido com transformações infinitamente pequenas.

2.1 Transformação adiabática irrversível

A partir da equação (1), fazemos:

$$\Delta U = n\overline{C}_v \cdot \Delta T = -w = P_{op} \cdot \Delta V$$

$$n\overline{C}_v(T_2 - T_1) = P_{op}(V_2 - V_1) \tag{2}$$

Para colocar o volume em função da temperatura, utilizamos a lei dos gases ideais:

$$P \cdot V = nRT$$

$$V = \frac{nRT}{P}$$

Substituindo em (2):

$$n\overline{C}_v(T_2 - T_1) = P_{op}\left(\frac{nRT_2}{P_2} - \frac{nRT_1}{P_1}\right)$$

$$n\overline{C}_v \cdot T_2 - n\overline{C}_v \cdot T_1 = \frac{nR \cdot P_{op}}{P_2} \cdot T_2 - \frac{nR \cdot P_{op}}{P_1} \cdot T_1$$

Colocando as temperaturas em evidência:

$$T_2 \cdot \left(n\overline{C}_v - nR\frac{P_{op}}{P_2}\right) = T_1 \cdot \left(n\overline{C}_v - nR\frac{P_{op}}{P_1}\right)$$

Note que é possível "cortar" a quantidade de matéria da expressão. E por último, isolamos a temperatura final:

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{\overline{C}_v - R\frac{P_{op}}{P_2}}{\overline{C}_v - R\frac{P_{op}}{P_1}} \tag{3}$$

Nesse momento, você deve se perguntar "mas, essa equação não calcula o trabalho da transforma adiabática irreversível, para quê ela serve?"

De fato, expressão não calcula o trabalho de forma direta. Note que, para utilizá-la, devemos ter as temperaturas inicial e final. Com essas temperaturas, podemos estimar o valor da variação da energia interna e, pela equação (1) temos o trabalho dessa transformação.

2.2 Transformação adiabática reversível

Já na adiabática irreversível, precisaremos de um pouco de *cálculo* para encontrar algumas expressões. Da equação (1), temos:

$$dU = -w$$

$$n\overline{C}_v \cdot dT = -P \cdot dV$$

Pela lei dos gases:

$$P = \frac{nRT}{V}$$

$$n\overline{C}_v \cdot dT = -nRT\frac{dV}{V}$$

$$n\overline{C}_v \cdot \frac{dT}{T} = -nR\frac{dV}{V}$$

Devemos integrar essa expressão:

$$\int_{T_1}^{T_2} n\overline{C}_v \cdot \frac{dT}{T} = \int_{V_1}^{V_2} -nR\frac{dV}{V}$$

A solução nesse caso segue o modelo:

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x} = ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)$$

Daí:

$$\overline{C}_v ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = -Rln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Pela equação de Meyer, $C_p - C_v = R$, então:

$$\overline{C}_v ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = -(C_p - C_v)ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = -\frac{\overline{C}_p - \overline{C}_v}{\overline{C}_v} \cdot ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = -\left(\frac{\overline{C}_p}{\overline{C}_v} - 1\right) \cdot ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Chamando $\frac{\overline{C}_p}{\overline{C}_v} = \gamma$, que é o *coeficiente de Poisson*.

Obs. O coeficiente de Poisson é maior que 1, já que pela relação de meyer, $C_p - C_v > 0$.

$$ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = (1-\gamma) \cdot ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{(1-\gamma)}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{(1-\gamma)}$$

Organizando a equação:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{(\gamma-1)}$$

$$T_2 \cdot V_2^{(\gamma-1)} = T_1 \cdot V_1^{(\gamma-1)} \tag{4}$$

Com a equação (4) é possível derivar outras, ao aplicar a lei dos gases:

$$T_1^{\gamma} P_1^{1-\gamma} = T_2^{\gamma} P_2^{1-\gamma}$$

$$P_1 \cdot V_1^{\gamma} = P_2 \cdot V_2^{\gamma}$$

3 O fim

Nesse capítulo, aprendemos a diferenciar transformações reversíveis e irreversíveis. Além disso, desenvolvemos expressões para estimar o trabalho de transformações adiabáticas.