1a Lei da Termodinâmica

Vitória Bezerra Nunes



1 Gases Ideais

É importante citar que trabalharemos com os gases ideais/perfeitos, um modelo não realístico, mas que é uma aproximação válida para operar com gases que, macroscopicamente, estejam a baixas pressões e altas temperaturas.

Os gases ideais são modelados a partir da ideia de que são formados por pequenas esferas, muito menores do que o volume que as contém, sobre movimento em linha reta e aleatório. Considera-se todas as colisões entre as partículas e partícula-recipiente como elásticas. O tempo de colisão é considerado muito menor do que o tempo entre duas colisões consecutivas. Observe que, macroscopicamente, essas colisões partícula-recipiente manifestam uma pressão sobre as paredes do recipiente.

1.1 Lei dos Gases Ideias/Equação de Clapeyron

Um sistema está em equilíbrio termodinâmico quando o estado macroscópico de cada parte sua não evolui com o tempo. Logo, Pressão e Temperatura podem ser definidas para cada parte do gás em equilíbrio termodinâmico.

Podemos utilizar uma expresão que relaciona 3 funções de estado dos gases ideais: Pressão, Volume e Temperatura.

Veja:

$$PV = nRT$$

Obs: n é o número de mols das moléculas gasosas e R é a constante dos gases ideais. Onde $R = 8,314 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$. Lembre-se de que T é medido na escala universal, ou seja, em Kelvins. Veja que n é definido como:

$$n = \frac{N}{N_{av}}$$

Onde N representa o número total de moléculas presentes no gás e N_{av} é o Número de Avogadro, que representa o número de partículas na quantidade de 1mol destas. $N_{av} = 6.02 \times 10^{23} \, \mathrm{mol}^{-1}$.

Outra observação importante é que podemos fazer uso da constante de Boltzman k_B . Veja:

$$k_B = \frac{R}{N_{av}} = 1,373 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

Logo, outra forma de representar essa relação entre as 3 funções de estado P, V e T é:

$$PV = Nk_BT$$

2 Lei Zero da Termodinâmica

Corpos em equilíbrio térmico encontram-se à mesma temperatura. Essa é uma das consequências da Lei Zero da Termodinâmica. Ela basicamente diz que se um corpo A está em equilíbrio térmico com um corpo B e o corpo B estiver em equilíbrio térmico com um corpo C, então o corpo A também está em equilíbrio térmico com C.

C pode aferir quando A e B estarão à mesma temperatura sem precisar que estes entrem em contato. Essa definição nos permite fazer uso dos termômetros quando estamos com febre, por exemplo.

3 Energia Interna, Calor e Trabalho

Antes de explicitar o que significam essas grandezas, é importante que eu explique pra você o que são funções de estado e funções de caminho.

Basicamente, funções de estado são grandezas que dependem da configuração do sistema. Ou seja, você pode determiná-las de acordo com a posição desejada. Elas podem ainda estar descritas em um gráfico, onde a cada ponto, você terá um valor determinado dessa função.

Funções de caminho já não são tão previsíveis assim. Não sei se tem isso onde você mora, mas na minha cidade tem aquelas vans que passam em frente às casas vendendo ovos, os famosos carros do ovo (kk). Imagine que seu Lúcio, o dono do carro do ovo, tenha acabado de abastecer seu veículo com 5 ovos e começou seu dia de trabalho. Tome que a cada rua que ele passe, até voltar à sua casa novamente, seja certamente comprado 1 ovo.

Aí eu te pergunto, jovem internauta, você consegue determinar, com absoluta certeza, a atual quantidade de ovos na van só olhando onde a van está?

A real é que não. Pois não existe um único trajeto com específicas ruas até seu Lúcio voltar para casa. Ele está em uma cidade que tem diversas ruas, ou seja, há diferentes possibilidades de combinações de ruas para compor o trajeto de volta para casa. Assim, a quantidade atual de ovos não é uma função de estado, pois ela depende do caminho tomado por seu Lúcio. Isso porque assim, poderemos determinar a quantidade de ruas em que ele passou, e, consequentemente, a quantidade de ovos comprados.

Dessa forma, funções de caminho são semelhantes à "função quantidade de ovos". Você precisa saber o caminho que ela percorreu para determiná-la.

Dito isso, sigamos em frente!

3.1 Energia Interna

A energia interna é uma função de estado, ou seja, você pode encontrá-la para cada estado do seu sistema em estudo sem ter que se preocupar com o caminho.

Ela é definida como a soma de todas as energias microscópicas do seu sistema. Ou seja, podemos somar todas as energias microscópicas cinéticas e potenciais.

Você pode estar se perguntando: "Vitória, o que são essas energias exatamente?".Vou tentar te explicar de forma simples.

Bom, as moléculas podem transladar, e quando poliatômicas, girar e vibrar. Esses movimentos são aleatórios e podemos associar a eles essa energia cinética microscópica. Já a energia potencial microscópica é devida a interações internas e externas do sistema em estudo. Por exemplo, as ligações químicas entre os contituintes e interações fortes nucleares são exemplos de interações internas. Já quando você aplica um campo elétrico externo em um dielétrico, por exemplo, causando eventuais estiramentos e rotações das moléculas, você tem uma interação do seu sistema com o meio externo. **Obs:** essas energias potenciais são desprezadas no modelo dos gases ideais.

Segue uma expressão que sintetiza a energia interna:

$$U = \sum E_{cin,micr} + \sum E_{pot,micr}$$

3.2 Calor e Trabalho

Essas duas grandezas são variáveis de caminho (que nem a quantidade de ovos, lembra?).

De repente, você possa se confundir às vezes com a diferença entre calor e trabalho. Bom, simplificadamente, os dois são formas de energia em trânsito. Uma forma de diferenciá-los é lembrar que calor depende de um gradiente de temperatura para que exista, já o trabalho não. Uma característica do trabalho é que ele está relacionado com as características mecânicas do sistema (expansão e compressão, por exemplo).

4 Primeira Lei da Termodinâmica

Ela enuncia uma conservação de energia. Antes de te entregar a expressão, vou te mostrar que é algo intuitivo. Pense que eu entreguei calor a um certo sistema, o que se espera que aconteça é que o sistema realize certo trabalho (por exemplo, expandindo) e guardando um pouco dessa energia (aumentando sua energia interna).

Logo, podemos escrever a Primeira Lei da seguinte forma:

$$Q = W_{g\acute{a}s} + \Delta U$$

Irei usar a notação $W_{g\acute{a}s}$ para citar o trabalho realizado pelo sistema e W_{ext} para citar o trabalho realizado por algo externo no sistema. Lembre que:

$$W_{g\acute{a}s} = -W_{ext}$$

Dessa forma, um outro jeito de escrever a Primeira Lei seria:

$$\Delta U = Q + W_{ext}$$

5 Energia Interna

Como estamos trabalhando com gases ideais, podemos utilizar a consideração de que as interações intermoleculares são desprezíveis. Dessa forma, a energia interna do gás será devida unicamente à energia cinética deste.

Pela Mecânica Estatística temos, pelo Teorema da Equipartição de Energia, que, no equilíbrio térmico, cada grau de liberdade da molécula contribui com $\frac{1}{2}k_BT$ sobre a energia média da molécula.

Dessa forma, considerando apenas as energias cinéticas, temos como a Energia cinética média de cada molécula o caso geral:

$$\overline{E}_{cin,mol\acute{e}c} = f \frac{1}{2} k_B T$$

Obs: f representa o número de graus de liberdade da molécula em estudo. Veja (os graus são acumulativos a cada enumeração da listagem seguinte):

- para gases ideais (monoatômicos) translação do centro de massa em x, y e $z \longrightarrow f = 3$
- para gases **diatômicos** 3 graus de liberdade translacionais mais 2 graus de liberdade rotacionais \longrightarrow **f** = **5**
- -para **altas temperaturas** 2 graus vibracionais de aproximação e afastamento das moléculas, um potencial e outro cinético \longrightarrow $\mathbf{f} = \mathbf{7}$

Podemos escrever então que:

$$U = N\overline{E}_{cin,mol\acute{e}c}$$

$$U = f \frac{Nk_B T}{2} = f \frac{nRT}{2} = f \frac{PV}{2}$$

6 Cinética dos Gases

Vamos falar agora sobre a velocidade quadrática média. Ao tratarmos do gás ideal (monoatômico, f = 3), podemos considerar que:

$$\frac{3}{2}nRT = \frac{m_{tot,g\acute{a}s}V_{rms}^2}{2}$$

Dessa forma,

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{\frac{m_{tot,g\acute{a}s}}{n}}}$$

Lembrando da expressão da Massa Molar (M):

$$M = \frac{m_{tot,g\acute{a}s}}{n}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Importante notar que V_{rms} é a raiz quadrada da média dos quadrados da velocidade. Veja:

$$V_{rms} = \sqrt{\langle V^2 \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} V_i^2}{N}}$$

Assim, é necessário lembrar que a **velocidade média do gás é nula**, pois as moléculas do gás se movimentam em todas as direções e de forma aleatória. **Entretanto,** V_{rms} **não é nula**, pois ela é dada pelo quadrado da velocidade de cada molécula, quantidade esta positiva.

Outra forma de expressar a V_{rms} seria fazendo uso da P (pressão) e ρ (densidade do gás). Assim, expressando a equação dos gases ideais:

$$PV = nRT$$

Sendo:

$$\rho = \frac{m_{tot,g\acute{a}s}}{V}$$

$$RT = \frac{PM}{\rho}$$

Substituindo em

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

Há ainda uma outra opção para escrever V_{rms} , que é fazendo uso da constante de Boltzman k_B . Lembre que:

$$k_B = \frac{R}{N_{av}}$$

E sendo a massa de uma única molécula igual a:

$$m = \frac{m_{tot,g\acute{a}s}}{N}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

7 Trabalho

Sabe-se que o trabalho realizado pelo gás é dado por

$$\delta W_{ext} = P_{ext} dV$$
.

Usamos delta minúsculo para representar a diferencial da variável trabalho para lembrar de que se trata de uma função de caminho, precisando ter uma diferencial inexata.

Talvez você não esteja acostumado com essa expressão, vou demonstrá-la pra você. Da mecânica clássica, você pode ver que o trabalho infinesimal de uma força pode ser definido como:

$$\delta W_{ext} = \vec{F} \cdot d\vec{x}$$

Sendo x o módulo do deslocamento sofrido pela massa em que é aplicada a força.

Pela hidrostática, as forças exercidas por um fluido são sempre perpendiculares à sua superfície.

Assim, pense em um gás ocupando determinado volume. Se ele expandir um pouquinho (muito pouco mesmo, pense infinitesimalmente), nas 3 dimensões um $d\vec{x}$, você pode escrever o trabalho que ele exerce na sua vizinhança como:

$$\delta W_{ext} = P_{ext} \vec{A} \cdot d\vec{x}$$

Isto porque
$$P = \frac{F_{perp}}{A}$$
. Logo,

$$\delta W_{ext} = P_{ext} dV$$

Uma observação é que podemos representar esse trabalho como sendo feito pelo próprio gás, o nosso $\delta W g \acute{a} s$, lembra? Dessa forma aqui:

$$\delta W_{g\acute{a}s} = P_{ext}dV$$

Para que isso aconteça, é necessário que façamos uma consideração extremamente importante na termodinâmica: que o nosso processo é reversível, ou seja, quase-estático. Vou te explicar melhor.

Na forma em que foi escrita a última equação, consideramos a pressão exercida pelo gás congruente à pressão externa. Podemos fazer isso quando há uma

uma diferença muito pequena (praticamente desprezível) entre a pressão do gás e a externa. Isso acontece quando a pressão externa é variada muito lentamente, possibilitando que o gás entre diversas vezes em equilíbrio com o meio externo.

Esse processo extremamente lento é denominado quase-estático, uma idealização. Assim, pelo gás estar em equilíbrio em todo o momento nesse processo lento, podemos voltar ao início do processo de maneira lenta realizando o mesmo trabalho inicial, caracterizando um processo reversível. Então, sempre lembre, para que se use a expressão $\delta W_{gás} = P_{ext} dV$, o processo em estudo precisa ser reversível.

Para encontrar o trabalho total realizado pelo gás sobre um processo reversível, você pode integrar esta última equação sobre todo o caminho. Irei chamar a partir de agora P_{ext} de P, sendo P a pressão do gás, que é igual a P_{ext} , como acabamos de ver. Assim:

$$oxed{W_{gcute{a}s}=\int PdV}$$

É importante também se atentar ao sinal do trabalho. Lembre do sentido da força aplicada e o sentido do pequeno deslocamento de uma pequena massa de gás. Quando os sentidos forem os mesmos, o trabalho será positivo. Já quando forem contrários, será negativo. Assim, quando um gás expande, o $W_{gás} > 0$ e $W_{ext} < 0$. Já quando o gás contrai, consideramos $W_{gás} < 0$ e $W_{ext} > 0$.

Como o trabalho é uma função de caminho, para os mesmo estados iniciais e finais a gente pode ter diferentes trabalhos realizados. Sendo o trabalho dependente de P e V, é muito comum recorrermos a diagramas $P \times V$ para que possamos visualizar melhor o processo em estudo. Lembre-se de que isso só pode ser feito para processos reversíveis, quase-estáticos. Caso não seja quase-estático, não teremos acesso aos dados de pressão sobre os estados intermediários entre o estado inicial e final.

Vamos particularizar agora e encontrar expressões de trabalho para processos conhecidos. Vem comigo!

7.1 Processo isobárico - à pressão constante

$$W_{pelo} = \int_{V_1}^{V_2} P dV$$

$$W_{pelo} = P\Delta V$$

Logo, pela Primeira Lei da Termodinâmica,

$$Q = W_{pelo} + \Delta U$$

$$Q = P\Delta V + \Delta U$$

7.2 Processo isovolumétrico/isocórico - à volume constante

$$W_{pelo} = \int_{V_1}^{V_2} P dV = 0$$

$$W_{pelo} = 0$$

$$W = \Delta U$$

7.3 Processo isotérmico - à temperatura constante

$$W_{pelo} = \int PdV = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$W_{pelo} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Nessa situação, ΔU será nulo, visto que é dependende de ΔT , como vimos. Assim, a Primeira Lei da Termodinâmica será expressa como:

$$Q = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

7.4 Processo adiabático - sem troca de calor com o meio externo

Processos adiabáticos seguem a seguinte condição:

$$PV^{\gamma} = c$$

Sendo c uma constante. γ é definido como:

$$\gamma = \frac{f+2}{f}$$

Sendo f o número de graus de liberdade, como vimos na seção 5 - Energia Interna.

Obs: Fica como exercício ao leitor provar que $PV^{\gamma} = c$. Dica: começe escrevendo a Primeira Lei da Termodinâmica e lembre-se das expressões que usamos para energia interna.

$$W_{pelo} = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{c}{V^{\gamma}} dV = c \left[\frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right]_{V_1}^{V_2} = \frac{cV_2^{1-\gamma} - cV_1^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

Sendo $c = PV^{\gamma}$,

$$W_{pelo} = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1 - \gamma}$$

Sendo
$$\gamma = \frac{f+2}{f}$$
,

$$W_{pelo} = rac{f}{2}(P_1V_1 - P_2V_2)$$

Visto que é um processo adiabático, Q=0, logo:

$$\Delta U = -\frac{f}{2}(P_1V_1 - P_2V_2)$$

Particularizando para gases ideais (f = 3):

$$W_{pelo} = \frac{3}{2}(P_1V_1 - P_2V_2)$$

$$\Delta U = -\frac{3}{2}(P_1V_1 - P_2V_2)$$

8 Relação de Mayer

Chamamos de capacidade de calor de uma substância a grandeza que relaciona a quantidade de calor recebida por um corpo e a diferencial de temperatura deste. Assim:

$$C = \frac{\delta Q}{dT}$$

Logo,

$$\delta Q = CdT$$

Vamos encontrar agora a energia interna fazendo uso da Primeira Lei. Podemos pensar em uma situação em que o trabalho é nulo, à volume constante:

$$dU = C_{v}dT$$

Além da capacidade calorífica, é comum usarmos também o calor específico. Pode-se dizer que a capacidade calorífica é o calor específico multiplicado pela quantidade de substância, em massa (sólidos e líquidos) ou mols (gases). Veja:

$$c = \frac{\delta Q}{mdT}$$

$$c = \frac{\delta Q}{ndT}$$

$$c = \frac{\delta Q}{ndT}$$

Assim, outra forma de representar a energia interna, agora em função do calor específico, é:

$$dU = nc_{v}dT$$

Vamos encontrar agora os valores de c_v e c_p .

Para c_v , precisamos de um processo à volume constante. Assim, o trabalho será nulo. Sendo:

$$dU = f \frac{nRdT}{2}$$

Temos, pela Primeira Lei, que:

$$dQ = dU$$

Assim,

$$nc_{v}dT = f\frac{nRdT}{2}$$

Logo,

$$c_{v} = \frac{f}{2}R$$

Particularizando para os gases ideais, temos:

$$c_v = \frac{3}{2}R$$

Agora, vamos analisar o c_p , o calor específico à pressão constante. Para um processo reversível à pressão constante, tem-se que:

$$\delta Q = \Delta U + \delta W$$

$$nc_p dT = f \frac{nRdT}{2} + PdV$$

Ao lembrar da Equação de Clapeyron, temos:

$$PdV = nRdT$$

Assim,

$$c_p = \frac{f+2}{2}R$$

Podemos particularizar c_p para os gases ideais, assim:

$$c_p = \frac{5}{2}R$$

Agora, podemos chegar à Relação de Mayer, que diz que:

$$c_p = c_v + R$$

Faz sentido c_p ser maior que c_v , visto que a substância submetida à um processo isobárico poderá sofrer um dV com a ocorrência de dT, requerendo um trabalho para isso.

Agora que você já tá ligado na existência de c_p e c_v , vou te apresentar a expressão mais famosa do γ da transformação adiabática. Segue:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

9 Experimento de Joule-Thomson (tampão poroso)

Antes de te apresentar a expressão da entalpia, acredito que seja importante contextualizar. Nesse experimento foi estudada uma expansão estacionária que reduzia a pressão do gás que passava pelo sistema através de um tampão poroso de forma adiabática, ou seja, com Q=0.

Imagine a seguinte situação, tem um tubo com um tampão poroso inicialmente. Eu coloco antes do tampão um pistão A e depois do tampão um pistão B. No início o ar está entre o pistão A e o tampão poroso, ocupando um volume V_i , a uma pressão P_i . Já ao final do processo de bombeamento de gás, este terá ultrapassado o tampão, terá empurrado o pistão B para a direita e estará ocupando um volume V_f a uma pressão P_f .

Olhe agora apenas para a região entre o pistão A e o tampão poroso. Você tem que o trabalho realizado sobre o gás nessa compressão isobárica é igual a:

$$W_A = P(0 - V_i) = -P_i V_i$$

Agora, da mesma forma, olhe apenas para a região entre o tampão poroso e o pistão B. Você tem que o trabalho realizado sobre o gás nessa expansão isobárica é igual a:

$$W_B = P(V_f - 0) = P_f V_f$$

Logo, o trabalho total realizado sobre o gás pode ser contabilizado como:

$$W_{i,f} = P_f V_f - P_i V_i$$

Agora, como o processo é adiabático, pela Primeira Lei da Termodinâmica temos:

$$\Delta U = -W_{i,f} = P_i V_i - P_f V_f$$

Ou seja,

$$\boxed{U_f - U_i = P_i V_i - P_f V_f}$$

10 Entalpia

Fiz essa contextualização sobre o experimento de Joule-Thomsom pois o resultado final encontrado nos dá a expressão da entalpia.

$$H = U_i + P_i V_i = U_f + P_f V_f$$

Obs: esta última expressão nos enuncia a conservação de entalpia em expansões estacionárias através de um tampão poroso.

Define-se entalpia como:

$$H = U + PV$$

Importante lembrar que como é uma grandeza que depende de funções de estado, a entalpia também é função de estado.

Se você diferenciar a expressão da entalpia, pela regra da cadeia, têm-se que:

$$dH = dU + PdV + VdP$$

Os dois primeiros termos do segundo lado da equação representam δQ , de acordo com a Primeira Lei, em um processo reversível (lembre, só usamos PdV para processos reversíveis). Assim,

$$dH = \delta O + V dP$$

Em processos isobáricos reversíveis, temos:

$$dH = \delta Q = C_p dT$$

Este último resultado é extremamente útil. Isto porque experimentos realizados na Terra são geralmente realizados sobre pressão constante (pressão atmosférica). Ele enuncia que quando o processo for isobárico e reversível, a diferencial de entalpia será igual ao calor absorvido pela substância em estudo. Esse resultado é constantemente usado pelos nossos amigos da Química, por exemplo.

Há também uma outra forma de expressar a entalpia. Utilizando H = U + PV:

$$H = nc_v T + nRT = n(c_v + R)T = nc_p T$$

Logo,

$$H = nc_pT$$

Dessa forma, assim como utilizamos muito o fato de que:

$$\boxed{\frac{dU}{dT} = nc_v}$$

Podemos usar agora também:

$$\boxed{\frac{dH}{dT} = nc_p}$$

Obs: Há algo muito interessante acerca do experimento de Joule-Thomson. Podemos usar o mesmo raciocínio da conservação de entalpia no escoamento estacionário de gás de forma adiabática em escoamentos estacionários de fluidos. Por exemplo, pense em um fluido de densidade igual a:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Se você considerar em unidades de massa de fluido,

$$V = \frac{1}{\rho}$$

E a entalpia, também em unidades de massa de fluido, ficará definida como:

$$H = u + \frac{P}{\rho}$$

Sendo u a energia interna do fluido por unidade de massa. Para fluidos em movimento sobre o campo gravitacional, precisamos acrescentar termos de energia cinética e potencial, também em unidades de massa, $\frac{v^2}{2}$ e gz.

Chegamos a uma forma geral da equação de Bernoulli, considerando fluidos compressíveis, da Hidrodinâmica. O curioso é que essa grandeza também se conserva:

$$h = u + \frac{P}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gz$$

Obs: É, galera, chegamos ao fim da nossa aula. Espero que você tenha aprendido coisas novas aqui. A jornada de estudos para olimpíadas pode ser difícil, mas acredite, vale a pena! Se você vê que isso é o que você realmente quer, dê seu máximo e corra atrás, eu acredito em você! Não deixe de fazer a listinha, você irá aprender bastante coisa e é nas questões que a gente verifica se realmente aprendeu. Bons estudos e até a próxima aula:)

Frase motivacional de hoje:

"A melhor maneira de transformar sonhos em realidade é acordar e realizá-los com audácia e valentia- Mae Jeminson.

11 Divirta-se!:)

Questão 1 - Relação de Mayer e aquecimento de gás (Brasil)*

(a) Para um gás ideal, mostre que o calor específico molecular a volume constante (c_v) e a pressão constante (c_p) estão relacionados pela relação de Mayer:

$$c_p = c_v + R$$

onde k_b é a constante de Boltzman.

(b) Considere um gás ideal monoatômico a temperatura e pressão respectivas de $T_0=300~{\rm K}$ e $P_0=1.10^5~{\rm Pa}$. Um laser pulsado é focalizado na amostra de gás e transfere a esta uma energia E para um pequeno volume V em 10^{-9} segundos. Se não há aumento de volume durante este curto período de tempo, mostre que a pressão varia de $\Delta P=(\gamma-1)\frac{E}{V}$ e a temperatura em $\Delta T=\frac{T_0}{P_0}(\gamma-1)\frac{E}{V}$, onde $\gamma=\frac{c_p}{C_V}$

Questão 2 - (Brasil) **

Considere um sistema físico de massa *m* cuja energia interna é dada pela expressão:

$$U(T) = R \frac{T_c}{e^{T_c/T} - 1} \tag{1}$$

em que T_c representa uma temperatura crítica característica do sistema, R é a constante universal dos gases e T a sua temperatura.

- a) Calcule a expressão do calor específico do material c(T) à temperatura T.
- b) Determine os valores limites quando $T \ll T_c$ e $T \gg T_c$.
- c) Calcule a quantidade de calor que precisa ser fornecida ao sistema para aquecêlo desde a temperatura T_c até a temperatura $2T_c$. Considere que a variação de volume do material é desprezível.

Questão 3 - Caixa de fótons (Canadá) ***

Um gás ideal composto por fótons está em uma caixa de dimensões $L \times L \times L$. A pressão, o volume e a energia total do gás são dados pelas variáveis de estado $P, V \in U$, respectivamente. O fóton carrega uma quantidade de momento p e uma quantidade de energia E. Essas duas quantidades físicas se relacionam conforme a equação E = pc.

Mostre que um gás de fótons satisfaz a seguinte equação de estados

$$PV = \frac{U}{3}$$

12 Gabarito

Questão 1 - Relação de Mayer e aquecimento de gás (Brasil)*

- (a) Demonstração.
- (b) Demonstração.

Questão 2 - (Brasil) **

a)
$$c(T) = R \left(\frac{T_c}{T}\right)^2 \frac{e^{T_c/T}}{m(e^{T_c/T}-1)^2}$$

b)
$$0; \frac{R}{m}$$

c)
$$Q = RT \frac{e^{1/2}}{e - 1}$$

Questão 3 - Caixa de fótons (Canadá) ***

Demonstração.