Campo, Potencial e Energia Elétrica

Gabriel Baptista

1 Introdução à Eletrostática

Partículas estacionárias e eletricamente carregadas interagem entre si, gerando forças de **atração** ou **repulsão**. No estudo da eletrostática, entenderemos como essas forças agem e influenciam nas demais partículas do nosso sistema e os efeitos gerados por essas interações.

A nível de **OBF**, será o suficiente nos restringirmos apenas ao estudo de cargas pontuais (partículas tão pequenas que suas dimensões são desprezíveis).

1.1 Lei de Coulomb

Imagine que temos um espaço vazio, contendo apenas duas partículas de cargas Q e q separadas por uma distância r. A força de interação entre as duas cargas é dada pela **Lei de Coulomb** e apresenta a seguinte forma:

$$\vec{F} = k_0 \frac{qQ}{r^2} \hat{r} \tag{1}$$

Onde k_0 é a constante eletrostática ($k_0 \approx 9 \cdot 10^9 \, \frac{N \cdot m^2}{C^2}$).
Portanto, podemos ver que a força de atração entre duas cargas pontuais é **proporcional** ao **produto entre as cargas** e é **inversamente proporcional** ao **quadrado da distância** (de forma análoga à lei da atração gravitacional de Newton).
Perceba que se as cargas forem de sinais ...

- **Contrários**, então a força é **atrativa** $\rightarrow$ Os opostos se atraem!
- **Iguais**, então a força é **repulsiva**.

1.2 Campo Elétrico

Se colocarmos uma carga em um espaço, esta irá gerar um **campo elétrico** ao seu redor. Esse campo irá interagir com outras cargas e essa interação que irá gerar as forças elétricas que tanto estudamos (incluindo a Lei de Coulomb).

Para visualizar matematicamente, vamos escrever a força exercida por várias cargas Q_1, Q_2, $\cdots$, Q_n separadas da nossa carga de prova q por distâncias r_1, r_2, $\cdots$, r_n.

$$
\begin{aligned}
\vec{F} &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots \\
&= k_0 \frac{qQ_1}{r_1^2}\hat{r}_1 + k_0 \frac{qQ_2}{r_2^2}\hat{r}_2 + k_0 \frac{qQ_3}{r_3^2}\hat{r}_3 + \cdots \\
&= q\left(k_0 \frac{Q_1}{r_1^2}\hat{r}_1 + k_0 \frac{Q_2}{r_2^2}\hat{r}_2 + k_0 \frac{Q_3}{r_3^2}\hat{r}_3 + \cdots\right)
\end{aligned}
$$

Cada um desses termos dentro do parênteses representa o campo elétrico gerado por uma carga. Portanto, o campo elétrico gerado por uma carga pontual Q a uma distância r da mesma é:

$$\vec{E} = k_0 \frac{Q}{r^2}\hat{r} \tag{2}$$

e a força de interação entre uma carga q e um campo elétrico $\vec{E}$ é:

$$\vec{F} = q\vec{E} \tag{3}$$

Perceba também que o sentido do campo elétrico depende da carga geradora do campo! Caso a carga seja ...

- **Positiva**, então o campo está **"saindo"** da carga.

- **Negativa**, então o campo está**"entrando"** na carga.

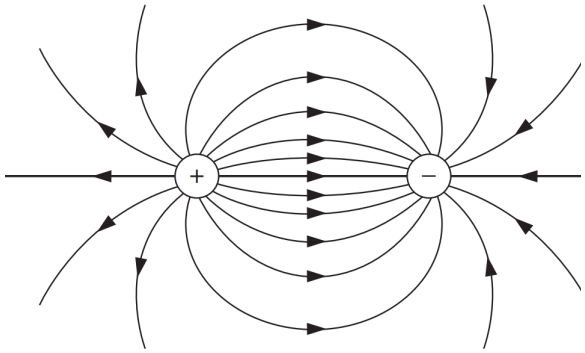


Figura 1: Linhas de campo de cargas **opostas**

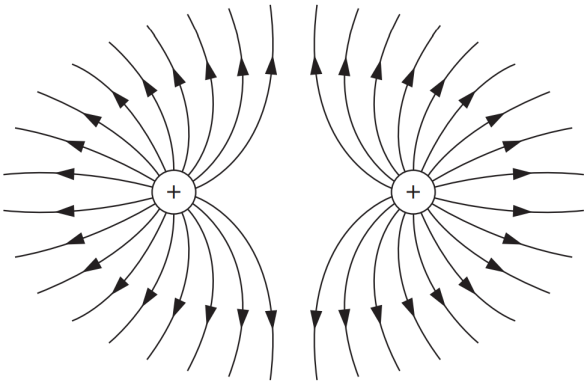


Figura 2: Linhas de campo de cargas **iguais**

Talvez você tenha achado o conceito de campo elétrico aqui apresentado um tanto quanto vago. Porém, é com muito pesar que eu lhe informo que não há uma definição formal do que é um campo elétrico, o que torna difícil atribuir-lhe um sentido físico. O melhor que podemos fazer é aprender a como calculá-lo e saber como ele interage com as partículas do nosso sistema.

1.3 Princípio da Superposição

Ambos, força elétrica e campo elétrico obedecem ao **princípio da superposição** como grandezas vetoriais. Isso nos garante que a força de interação entre duas partículas não é afetada pela presença de uma terceira: o que ocorre é que essas grandezas se **superpõem**, tornando o vetor resultante a **soma vetorial** dos demais vetores.

$$\vec{F} = \sum_{n=1}^{N} \vec{F}_n \; ; \; \vec{E} = \sum_{n=1}^{N} \vec{E}_n$$

2 O Potencial Elétrico

2.1 Diferença de Potencial

O potencial elétrico é uma função **escalar** que surge das propriedades vetoriais dos campos elétricos. Diferente de muitas grandezas que estamos acostumados, para determinar o potencial elétrico em alguma ponto do espaço, antes você precisa definir um valor de referência.

O potencial elétrico em um ponto r é dado por:

$$V = -\int_{\mathscr{O}}^{r} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Onde: $\vec{E}$ é o campo elétrico e $\mathscr{O}$ é um ponto de referência arbitrário. **Obs:** Na maioria dos casos, definimos $\mathscr{O}$ como um ponto infitamente longe do nosso sistema e onde o potencial é nulo.

Se quisermos calcular a diferença de potencial entre dois pontos quaisquer (a e b), podemos definir um deles como nossa referência. Portanto, a diferença de potencial será dada por:

$$\Delta V = -\int_{a}^{b} \vec{E} \cdot d\vec{l} \tag{4}$$

2.2 Potencial de uma Carga Pontual

Vamos calcular agora o potencial elétrico gerado por uma carga pontual. Por conveniência, estaremos adotando como valor de referência o potencial em um ponto muito distante (como eu disse, anteriormente, que faríamos).

$$V = -\int_{\infty}^{r} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Substituindo o valor do campo elétrico de uma carga pontual (eq.2), encontramos:

$$V = -k_o Q \int_{\infty}^{r} \frac{dr}{r^2} = -k_0 Q \left[\frac{1}{\infty} - \frac{1}{r} \right] = k_0 \frac{Q}{r}$$

Portanto, o potencial elétrico gerado por uma carga Q a uma distância r vale:

$$V(r) = k_0 \frac{Q}{r} \tag{5}$$

2.3 Princípio da Superposição

Assim como a força elétrica e o campo elétrico, o potencial elétrico também obedece ao **princípio da superposição**. Porém, como o potencial é uma grandeza escalar, não precisamos nos preocupar com componentes vetoriais (ao contrário da força elétrica e do campo elétrico), tornando nosso potencial elétrico resultante em um ponto a soma dos potenciais naquele mesmo ponto.

$$V = \sum_{n=1}^{N} V_n$$

3 Energia Potencial Elétrica

3.1 Trabalho em um Deslocamento

Imagine que você queira mover uma partícula de carga Q do ponto a para o ponto b sabendo que existe uma determinada configuração de cargas externas que realizarão força na sua partícula. Ora, sabemos que a força elétrica é $\vec{F} = Q\vec{E}$, onde $\vec{E}(r)$ é o campo elétrico atuante sobre a partícula. Você precisará, então, realizar uma força de **mesmo módulo mas sentido contrário** ($\vec{F}_{eu} = -Q\vec{E}$) para conseguir deslocar a partícula.

O trabalho necessário para realizar o deslocamento será, portanto:

$$W = \int_a^b \vec{F}_{eu} \cdot d\vec{l} = -Q \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = Q\left[V(b) - V(a)\right]$$

Portanto, o trabalho necessário para deslocar uma partícula carregada entre dois pontos quaisquer (a e b) é de

$$W = Q\Delta V \tag{6}$$

Onde ΔV é a diferença de potencial entre esses dois pontos. Perceba que o trabalho não depende da trajetória da partícula. Por esse motivo, podemos afirmar que a força elétrica é **conservativa!**

3.2 Energia Potencial De Interação Entre Duas Cargas

A energia potencial elétrica pode ser definida como o trabalho necessário para "montar"o nosso sistema trazendo todas as cargas de um ponto infinitamente distante.

Para trazer uma primeira carga q do infinito até um ponto r, não é necessário realizar trabalho nenhum, já que não há forças que se oponham ao movimento. Porém, para trazer uma segunda carga Q, é necessário realizar um trabalho dado por:

$$W = Q\left[V(r) - V(\infty)\right]$$

Adotando que o potencial no infinito é nulo (como já fizemos anteriormente), e sabendo que o potencial $V(r)$ gerado por uma carga é dado pela eq.5 , encontramos a **Energia Potencial Elétrica** entre duas cargas:

$$W_{pot} = k_0 \frac{Qq}{r} \tag{7}$$

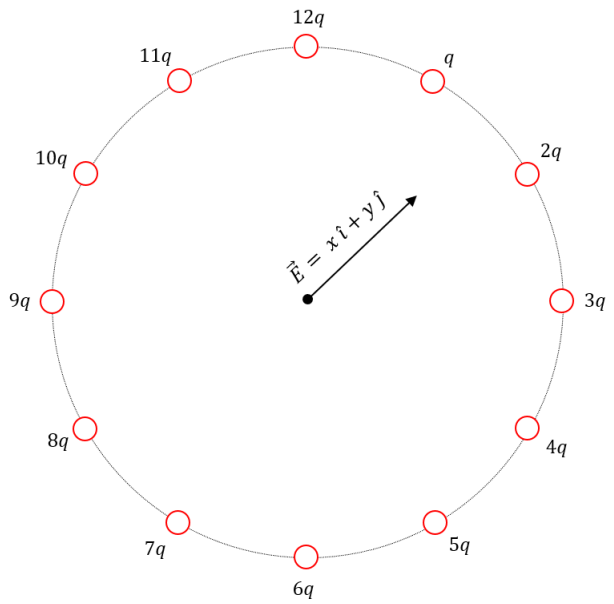
4 Exercícios

Os exercícios que se seguem servirão como uma fixação para o que você acabou de estudar nesse material. Embora em alguns exercícios você precise utilizar conhecimentos de outras matérias (mecânica, por exemplo), acredito que isso não será um empecilho para você, esforçado estudante.

Porém, caso sinta que precise revisar algum assunto, confira os outros materiais disponíveis no **curso de física do Ampulheta do Saber!**

4.1 Relógio Eletrostático*

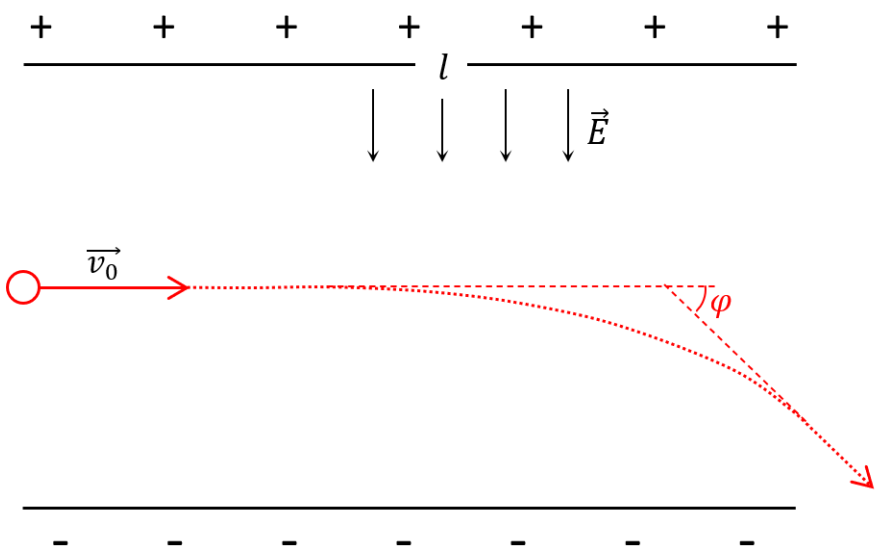
Cargas pontuais $q, 2q, 3q, \ldots, 12q$ $(q > 0)$ estão distribuídas ao longo de um relógio, como mostra a figura. Determine para qual horário (horas e minutos) que o vetor campo elétrico no centro do relógio aponta.



Gabarito: 15 : 30

4.2 Carga Dentro de Um Capacitor*

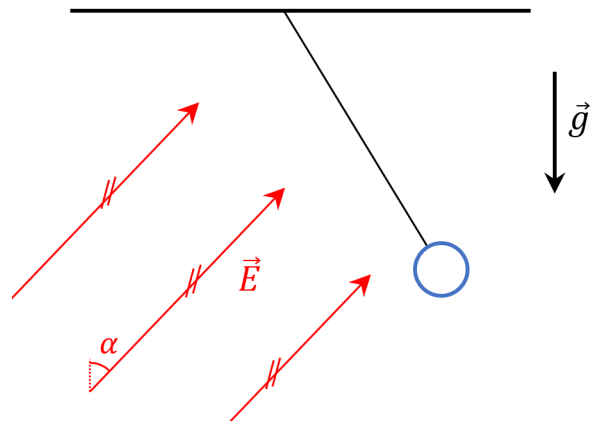
Uma partícula de carga Q é lançado com velocidade v_0, horizontal, dentro de um capacitor de placas paralelas de comprimento l. A distância de separação entre as placas é grande o suficiente para que a partícula não colida com elas. O campo elétrico dentro do capacitor é constante e de módulo E (veja a figura abaixo). Desconsidere a gravidade. Determine o desvio angular φ que a partícula sofreu após atravessar o capacitor.



Gabarito: $tg\varphi = \frac{QE}{m}\frac{l}{v_0^2}$

4.3 Pêndulo Em Um Campo Elétrico*

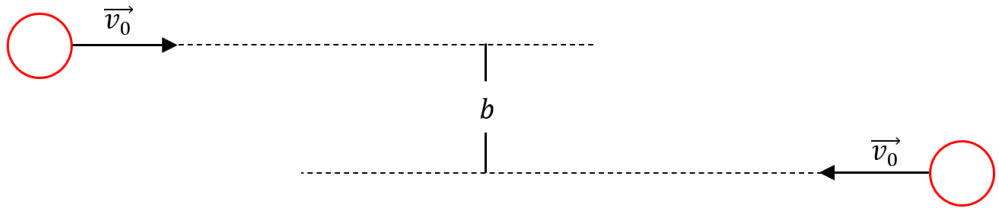
Considere uma partícula de massa m carregada com carga Q amarrada ao teto por um fio sem massa de comprimento l. A carga realiza **pequenas oscilações** sob ação de um campo gravitacional $\vec{g}$ e um campo elétrico $\vec{E}$ (ver figura abaixo). Encontre o período de tais oscilações.



Gabarito: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g - \frac{QE}{m}cos\alpha}}$

4.4 Colisão Elétrica**

Dois elétrons de massa m e carga $-e$ são lançados um contra o outro com velocidade v. Inicialmente, os elétrons se encontram a uma distância muito grande entre si. O parâmetro de choque da colisão (mesmo que não haja contato físico entre as partículas, ainda é uma colisão) está representado na imagem por b. Determine a distância d de menor separação entre os elétrons.
Dica: Talvez seja interessante trabalhar com a conservação de algumas grandezas (momento angular e energia mecânica, por exemplo)



Gabarito: $d = \frac{k_0 e^2}{2mv_0}^2 + \sqrt{\left(\frac{k_0 e^2}{2mv_0^2}\right)^2 + b^2}$

4.5 Energia De Uma Esfera (Desafio)***

Vamos tentar determinar a energia eletrostática armazenada em uma esfera uniformemente carregada. Para isso, vamos considerar que estamos construindo a esfera aos poucos, isto é, trazendo pequenas cargas de um ponto infinitamente distante e distribuindo-as na superfície da esfera. O objetivo é construir uma esfera de carga total Q e raio R.

(a) Considere que, no momento, nossa esfera já possui raio r. Determine o elemento infinitesimal de trabalho dU necessário para trazer uma pequena carga muito distante até a superfície da esfera, aumentando infinitesimalmente seu raio em dr. Deixe sua resposta em função de k_0, r, dr e da densidade volumétrica de carga $\rho = Q/V$

(b) Integre o resultado anterior sobre r para descobrir a energia eletrostática da esfera.

Gabarito: $(a) : dU = \frac{16\pi^2}{3} k\rho^2 r^4 \, dr \qquad (b) : U = \frac{3}{5}\frac{kQ^2}{R}$