Luminosidade, fluxo e magnitudes

Gustavo Sobreira Barroso

1 Luminosidade

A luminosidade (L) é a quantidade total de energia eletromagnética que um corpo emite por uma unidade de tempo. Ou seja, ela se trata de uma potência luminosa.

Desse modo, a luminosidade é dada pela seguinte expressão: $L = \frac{dE}{dt}$, o que normalmente é aproximado para $L \approx \frac{\Delta E}{\Delta t}$. As principais unidades da luminosidade utilizadas são o Watt (W) do SI e o erg/s do cgs. Importante ressaltar que a luminosidade independe da distância da fonte luminosa ao observador, diferentemente do fluxo, um conceito que logo será abordado.

2 Fluxo

O fluxo (F), por definição, é a energia luminosa incidente em uma dada superfície por unidade de tempo por unidade de área. Desse modo, o fluxo é descrito como: $F = \frac{1}{A}\frac{dE}{dt} = \frac{L}{A}$. As principais unidades utilizadas são o $\mathrm{W/m^2}$ (SI) e o $\mathrm{erg/s \cdot cm^2}$ no sistema cgs. Nos exercícios de olimpíadas de astronomia, a emissão de luz normalmente é isotrópica (ou seja, é a mesma em todas as direções) e, dessa forma, o fluxo passa a ser a razão entre a luminosidade da fonte e a área total pelo o qual a energia se propaga $(4\pi r^2)$, se o observador estiver a uma distância r da fonte luminosa. Dessa maneira, o fluxo é representado pela seguinte expressão: $F = \frac{L}{4\pi r^2}$, onde é possível perceber que o fluxo cai com o quadrado da distância ao corpo emissor.

Com isso, pode-se concluir também que, quanto mais distante o observador estiver de um objeto luminoso, a luminosidade fica distribuída por uma área maior e assim menos brilhante o objeto será. Dessa forma, quando uma questão falar do brilho de um objeto, ela está se referindo ao fluxo dele. Importante ressaltar que a área considerada no cálculo de fluxo é a área transversal, ou seja, perpendicular à transmissão de energia.

Vale ressaltar que a Lei de Stephan-Boltzmann diz que o fluxo na superfície de um corpo negro é $F = \sigma T^4$.

Considerando que estrelas se comportam como corpos negros e assumindo-as esféricas, temos:

$$F = \frac{L}{4\pi R^2} = \sigma T_s^4$$

Logo, podemos concluir que a luminosidade de uma estrela é dada por:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_s^4$$

Onde R é o raio da estrela e T_s é a temperatura em sua superfície.

3 Magnitudes

O brilho aparente de um astro é o fluxo medido na Terra (F) e, normalmente, é expresso pela magnitude aparente m, que por definição é dada por:

$$m = -2,5 \log F + \mathrm{C} \tag{1}$$

Porque o brilho de um astro é medido em magnitudes? Há 2000 anos, o astrônomo grego Hiparco (160-125 a.C) dividiu as estrelas visíveis a olho nu em uma escala de acordo com o seu brilho aparente, atribuindo 1 ao astro mais brilhante e 6 ao mais fraco.

Em 1856, o astrônomo inglês Norman Robert Pogson verificou que o sistema baseado na percepção do olho humano é logarítmico e o fluxo correspondente a uma estrela de magnitude 1 ($m_1 = 1$) é cem vezes maior que o de uma estrela de magnitude 6 ($m_2 = 6$), de modo que:

$$m_1 - m_2 = K \log\left(\frac{F_1}{F_2}\right)$$

$$-5 = K \log(100) = 2K \implies K = -2,5$$

A partir da definição anterior, temos:

$$\boxed{m_1 - m_2 = -2,5 \log\left(\frac{F_1}{F_2}\right)} \tag{2}$$

A constante C na definição de magnitude da equação 1 define o ponto zero da escala. Usualmente, utiliza-se a magnitude aparente da estrela Vega como $m = 0$. A equação 2 também é conhecida como Equação de Pogson.

3.1 Magnitude absoluta

A magnitude absoluta (M) representa a magnitude teórica que um objeto teria a uma distância de 10 pc da Terra. Ela está relacionada à luminosidade intrínseca de um corpo porque ela independe da distância do objeto estudado à Terra. Ela é calculada da seguinte forma:

$$M = m(10pc) = -2,5 \log(F(10pc)) + \mathrm{C}$$

A diferença entre a magnitude aparente e a absoluta é dada por:

$$m - M = -2,5 \log(F(r)) + 2,5 \log(F(10\,\mathrm{pc}))$$

$$m - M = -2,5 \log\left(\frac{F(r)}{F(10\,\mathrm{pc})}\right)$$

Como

$$\frac{F(r)}{F(10\,\mathrm{pc})} = \frac{\frac{L}{4\pi r^2}}{\frac{L}{4\pi (10\,\mathrm{pc})^2}} = \frac{100\,\mathrm{pc}^2}{r^2}$$

Obtemos a seguinte expressão:

$$m - M = -2,5 \log\left(\frac{100\,\mathrm{pc}^2}{r^2}\right)$$

$$\boxed{m - M = 5\log r - 5}$$

Esta expressão é conhecida como módulo de distância e, nela, a distância da estrela à Terra, r, tem que ser medida em parsecs (pc). Ela é fundamental para diversos exercícios presentes nas olimpíadas de astronomia.

3.2 Magnitude bolométrica

Quando falamos de magnitudes, normalmente falamos de magnitude no visível, parte do espectro eletromagnético que os olhos humanos conseguem detectar. Entretanto, para a maioria dos fenômenos astrofísicos, precisamos conhecer a magnitude composta pelo fluxo em todas as regiões do espectro, que é conhecida como magnitude bolométrica. O fluxo total é o fluxo visível vezes um certo fator multiplicativo. Como em um logaritmo um fator multiplicativo torna-se um fator aditivo, podemos definir esse fator como uma correção bolométrica, (CB). Assim sendo m_v a magntiude visível:

$$\boxed{m_{bol} = m_v - |(\mathrm{CB})|}$$

O módulo está na equação porque não há consenso de qual lado colocar o (CB),levando a valores opostos dele. Podemos chegar na equação correta ao lembrarmos que o fluxo bolométrico sempre será maior que o visual, o que implica que $m_{bol} \leq m_v$.

Como a magnitude absoluta do Sol é de $M_{bol,Sol} = 4,72$, a magnitude bolométrica absoluta de uma estrela qualquer pode ser dada por:

$$\boxed{M_{bol} - M_{bol,Sol} = -2,5\log\left(\frac{L}{L_{Sol}}\right)}$$

3.3 Problema do sistema binário

Nesta parte, iremos utilizar o que foi ensinado para analisar o seguinte problema: sabendo as magnitudes das componentes individuais de um sistema binário m_a e m_b como encontro a magnitude m_c que vemos no céu?

Aplicando a equação de Pogson para m_a e Vega, teremos:

$$m_a - m_{Vega} = -2,5\log\left(\frac{F_a}{F_{Vega}}\right)$$

Sendo $m_{Vega} = 0$, teremos:

$$m_a = -2,5\log\left(\frac{F_a}{F_{Vega}}\right) \implies F_a = F_{Vega}10^{-0,4m_a} \tag{3}$$

Realizando o procedimento de maneira análoga com m_b, F_b será:

$$F_b = F_{Vega}10^{-0,4m_b} \tag{4}$$

Somando a equação 4 com a equação 3, obteremos:

$$F_c = F_a + F_b = F_{Vega}(10^{-0,4m_a} + 10^{-0,4m_b})$$

Com isso, podemos utilizar o fluxo combinado (F_c) e o Fluxo de Vega (F_{Vega}) para obter a magnitude combinada m_c. Desse modo, temos:

$$m_c - m_{Vega} = m_c = -2,5\log\left(\frac{F_c}{F_{Vega}}\right)$$

$$m_c = -2,5\log\left(\frac{F_{Vega}(10^{-0,4m_a} + 10^{-0,4m_b})}{F_{Vega}}\right)$$

$$-0,4m_c = \log(10^{-0,4m_a} + 10^{-0,4m_b})$$

Aplicando propriedades de logaritmo:

$$\boxed{10^{-0,4m_c} = (10^{-0,4m_a} + 10^{-0,4m_b})}$$

Observação: Essa fórmula também vale para mais de dois objetos. Ou seja, a magnitude total de um sistema de n objetos será dada por:

$$\boxed{10^{-0,4m_c} = (10^{-0,4m_1} + 10^{-0,4m_2} + 10^{-0,4m_3} + ... + 10^{-0,4m_n})}$$

4 Exercícios

Questão 1 - (IOAA Book)

Em um sistema binário, a magnitude da estrela primária é $m_a = 1,0$ e a magnitude aparente da estrela secundária é $m_b = 2,0$. Qual a magnitude aparente do conjunto?

Questão 2 - (Seletivas Online 2020-P3)

A galáxia de Andrômeda (M31, NGC224) está a aproximadamente 0,78 Mpc de distância e sua magnitude aparente vale $m_{M31} = 3,4$.A que distância M31 deveria estar para que seu brilho fosse o dobro do seu brilho atual? Suponha, em primeira aproximação, que não haja extinção interestelar na linha de visada.

a) 0,65 Mpc

b) 0,52 Mpc

c) 0,53 Mpc

d) 0,39 Mpc

e) Em branco

Questão 3 - (Livro azul de exercícios de Thiago Paulin)

A estrela Minelava (δ-Virginis) é uma gigante vermelha da constelação de Virgem com massa igual a 2 massas solares. Possui magnitude visual absoluta $M_V = -0,58$ e CB = 1,68. Determine a densidade de Minelava em densidades solares, sabendo que sua temperatura superficial $T_s = 3720$ K.

Dados: Magntitude bolométrica absoluta do Sol = 4,74; luminosidade bolométrica do Sol = $3,486 \cdot 10^{26}$ W.

Questão 4 - VI OLAA

A estrela Sirius tem um magnitude aparente -1,5 e se encontra a uma distância de 2,6 pc. Sabe-se ainda, que se trata de uma estrela de tipo espectral A1 com uma temperatura superficial de 10 000 K.

a) Calcule a magnitude absoluta de Sirius.

b) Calcule a luminosidade de Sirius em relação ao Sol, sabendo que a magnitude absoluta do Sol é 4,82.

c)Calcule o raio de Sirius em relação ao raio do Sol sabendo que a temperatura superficial do Sol é 5800 K.

Questão 5 - IOAA book

Uma estrela de tipo K na sequência principal possui 0,40 vezes a luminosidade do Sol. Esta estrela é observada com um fluxo de $6,23 \cdot 10^{-14}$ W $\cdot$ m^{-2}. Qual a distância desta estrela à Terra (em pc). Pode negligenciar os efeitos atmosféricos. Considere $L_{Sol} = 3,826 \cdot 10^{26}$ W e 1 pc $= 3,0856 \cdot 10^{16}$ m.

5 Gabarito

Questão 1

$$\boxed{m_c = 0,64}$$

Questão 2

$$\boxed{d' = 0,52 \text{ Mpc}}$$

Questão 3

$$\boxed{\rho = 1,04 \cdot 10^{-5} \rho_{Sol}}$$

Questão 4

a)

$$\boxed{M = 1,42}$$

b)

$$\boxed{L = 22,9\, L_{Sol}}$$

c)

$$\boxed{R = 1,6\, R_{Sol}}$$

Questão 5

$$\boxed{d \approx 450 \text{ pc}}$$

6 Soluções

Questão 1
Utilizando a expressão desenvolvida no tópico 3.3 de magnitude combinada, obteremos:

$$10^{-0,4m_c} = (10^{-0,4m_a} + 10^{-0,4m_b})$$
$$10^{-0,4m_c} = (10^{-0,4\cdot 1,0} + 10^{-0,4\cdot 2,0})$$
$$10^{-0,4m_c} = 0,5566$$

Aplicando logaritmo:

$$-0,4m_c = \log(0,5566)$$
$$\boxed{m_c = 0,64}$$

Questão 2
(I) para a magnitude absoluta de M31 (M_{M31})
Aplicando módulo de distância:

$$m_{M31} - M_{M31} = 5\log(d) - 5$$
$$3,4 - M_{M31} = 5\log(7,8\cdot 10^5) - 5 \implies M_{M31} = -21,0$$

(II) Para a magnitude aparente nova de M31 (m'_{M31})
Pela equação de Pogson, teremos:

$$m'_{M31} - m_{M31} = -2,5\log\left(\frac{2F}{F}\right)$$
$$m'_{M31} - 3,4 = -2,5\log(2) \implies m'_{M31} = 2,6$$

(III) Distância nova (d')

$$m'_{M31} - M_{M31} = 5\log(d') - 5$$
$$2,6 - (-21,0) = 5\log(d') - 5 \implies \log(d') = 5,72$$
$$\boxed{d' = 0,52\ \text{Mpc}}$$

Questão 3
A magnitude bolométrica de Minelava (M_B) é:

$$C.B = M_V - M_B \implies 1,68 = -0,58 - M_B \implies M_B = -2,26$$

Já a sua luminosidade (L) será dada por:

$$M_B - M_{Sol} = -2,5\log\frac{L}{L_{Sol}} \implies -2,26 - 4,74 = -2,5\log\frac{L}{L_{Sol}} \implies L = 2,20\cdot 10^{29}\ \text{W}$$

O raio (R) de Minelava é:

$$L = 4\pi R^2\sigma T^4 \implies R = 4,02\cdot 10^{10}\ \text{m} \implies \text{R} = 57,7\ \text{R}_{\text{Sol}}$$

Logo, sua densidade em relação ao Sol será:

$$\frac{\rho}{\rho_{Sol}} = \frac{\frac{M}{V}}{\frac{M_{Sol}}{V_{Sol}}} = \frac{\frac{3M}{4\pi R^3}}{\frac{3M_{Sol}}{4piR^3_{Sol}}}$$

$$\frac{\rho}{\rho_{Sol}} = \frac{M}{M_{Sol}}\frac{R^3}{R_{Sol}^3} = \frac{2}{631^3} = 1,04 \cdot 10^{-5}$$

$$\boxed{\rho = (1,04 \cdot 10^{-5})\rho_{Sol}}$$

Questão 4

a) A magnitude absoluta pode ser obtida a partir do módulo de distância. Dessa forma, temos:

$$m - M = 5\log(d) - 5 \implies -1,5 - M = 5\log(2,6) - 5 = -2,92$$

$$\boxed{M = 1,42}$$

b) A partir da equação de Pogson, temos:

$$M - M_{Sol} = -2,5\log\frac{L}{L_{Sol}} \implies 1,42 - 4,82 = -2,5\log\frac{L}{L_{Sol}}$$

$$\boxed{L = 22,9\, L_{Sol}}$$

c) Comparando as luminosidades de Sirius e do Sol, temos:

$$\frac{L}{L_{Sol}} = \frac{4\pi R^2 \sigma T^4}{4\pi R_{Sol}^2 \sigma T_{Sol}^4}$$

$$22,9 = \frac{R^2}{R_{Sol}^2} \cdot \frac{10000^4}{5800^4}$$

$$\boxed{R = 1,6\, R_{Sol}}$$

Questão 5

Considerando que a radiação da estrela se distribui de maneira isotrópica, temos:

$$F = \frac{L}{4\pi d^2} \implies d = \sqrt{\frac{L}{4\pi F}}$$

Substituindo os valores conhecidos:

$$d = \sqrt{\frac{L}{4\pi F}} = \sqrt{\frac{0,40 \cdot (3,826 \cdot 10^{26})}{4\pi(6,23 \cdot 10^{-14})}} \implies d = 1,4 \cdot 10^{19}\ \text{m}$$

Sendo 1 pc $= 3,0856 \cdot 10^{16}$ m.

$$\boxed{d \approx 450\ \text{pc}}$$

7 Observações finais

O objetivo deste material é introduzir os conceitos de luminosidade, fluxo e magnitudes, assuntos fundamentais para a astronomia e a astrofísica. Deste modo, é importante ressaltar que nenhum estudo é independente de outros, ou seja, sempre depende de estudos prévios. Sendo assim, procurei simplificar esses conceitos para o melhor entendimento desse conteúdo. Desejo a todos bons estudos. :)