Efeito Doppler

Henrico Hirata

1 Introdução

Em 1842, o físico austríaco Christian Doppler descreveu, pela primeira vez, o efeito que viria a ser conhecido como "efeito Doppler". A primeira comprovação experimental do fenômeno veio três anos depois, quando Buys Ballot colocou trompetistas em um trem em movimento e pode perceber tal efeito.

Uma atividade prática simples para notar esse efeito é acompanhar a passagem de uma ambulância com sua sirene ligada. Conforme o veículo se aproxima, é possível perceber que o som se torna mais agudo. Já quando a ambulância estiver se afastando o som se tornará mais grave. Explicando de uma maneira mais técnica, a movimentação da fonte emissora em relação ao recpetor provoca uma alteração na frequência da onda percebida pelo receptor.

2 Redshift e Blueshift

Nos estudos da astronomia e da astrofísica, iremos nos atentar para o efeito Doppler atuando em ondas eletromagnéticas. Quando uma onda eletromagnética sofre alteração na frequência (ou, equivalentemente, no comprimento de onda), ocorre uma alteração na cor percebida.

Caso a fonte (uma estrela, por exemplo) esteja se afastando do observador, será percebido uma diminuição da frequência (aumento do comprimento de onda), ou seja, um desvio para o vermelho (já que no espectro vísivel, as menores frequências estão próximas da cor vermelha), chamado de *redshift*. Analogamente, quando a fonte estiver se aproximando, ocorrerá um desvio para o azul, tembém chamado de *blueshift*.

3 Descrição matemática

Inicialmente precisamos relembrar dos conceitos de ondulatória, pelos quais podemos dizer que:

$$\lambda_0 = vT \tag{1}$$

onde, λ é o comprimento de onda, v a velocidade de propagação e T, o período de oscilação.

Se considerarmos uma fonte em movimento unidimensional, deslocando-se com velocidade v_f e um observador em repouso, podemos escrever o comprimento de onda observado como:

$$\lambda = vT \pm v_f T = (v \pm v_f)T \tag{2}$$

Porém, podemos escrever o período T como $T = \frac{1}{f_0}$. Além disso, $\lambda = \frac{v}{f}$, então:

$$\frac{v}{f} = (v \pm v_f)\frac{1}{f_0} \tag{3}$$

reorganizando os termos:

$$f = f_0 \frac{v}{(v \pm v_f)} \tag{4}$$

onde f é a frequência percebida e f_0, a frequência original.

Agora, vamos analisar o caso quando a fonte está em repouso e o receptor está em movimento:

Podemos denotar o compriemnto de onda percebido como $\lambda = (v \pm v_r)T'$, dessa forma:

$$(v \pm v_r)T' = vT \tag{5}$$

onde v_r é a velocidade do receptor.
Como $T = \frac{1}{f_0}$ e $T' = \frac{1}{f}$, temos que:

$$(v \pm v_r)\frac{1}{f} = v\frac{1}{f_0} \tag{6}$$

reorganizando os termos:

$$f = f_0\frac{(v \pm v_r)}{v} \tag{7}$$

Podemos, de forma análoga, demosntrar a relação do caso geral, no qual podemos ter fonte e receptor em movimento, em que a frequência percebida é dada por:

$$f = f_0\frac{(v \pm v_r)}{(v \pm v_f)} \tag{8}$$

3.1 Redshift clássico

Até aqui, encontramos uma expressão para o efeito Doppler, que, em geral, é comumente usado para descrever o efeito para ondas sonoras. Agora vamos nos deparar com equações um pouco diferentes que, apesar de descreverem o mesmo fenômeno, são mais adequadas para os usos da astrofísica. Em geral, iremos denominar o fenômeno como *redshift*, quando esse assumir um valor positivo, trata-se de uma fonte que está se afastando, já quando assumir um valor negativo, a fonte está se aproximando. É mais comum medirmos o *redshift* (z) em função do comprimento de onda λ do que da frequência, além disso, podemos definir z como a razão entre o desvio no comprimento de onda pelo comprimento de onda original, ou seja:

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \tag{9}$$

Esse resultado pode ser relacionado com a velocidade com a qual a fonte se desloca, entretanto, faremos uma separação em dois casos: o caso clássico e o caso relativístico.

Quando estamos tratando de redshift precisamos considerar que poderão ocorrer situações em que a velocidade de deslocamento da fonte é grande o suficiente para que os efeitos relativísticos se tornem relevantes.

Primeiro vamos apresentar uma expressão aproximada, que pode ser usado nos casos clássicos, onde $|z| < 0,1$:

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \approx \frac{v}{c} \tag{10}$$

onde v é a velocidade radial da fonte, ou seja, a velocidade que está na direção da linha de visada.

3.2 Redshift relativístico

A aproximação apresentada pode ser utilizada para redshifts cujo módulo é menor que 0,1. Quando $|z|$ assumir valores maiores, precisamos utlizar a expressão que considera os efeitos relativísticos:

$$z = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1 \tag{11}$$

Essa expressão fornece o *redshift* em função da velocidade. Porém, em problemas de olimpíadas de astronomia, é mais comum encontrarmos situações em que conhecemos o *redshift* do astro e queremos determinar sua velocidade radial, nesse caso, podemos desenvolver a equação de forma a torná-la mais útil aos problemas que encontraremos, encontrando que:

$$\frac{v}{c} = \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1} \tag{12}$$

4 Aplicações

Apresentadas as equações que descrevem matematicamente o *redshift*, vamos discutir algumas aplicações em problemas de olimpíadas de astronomia.

4.1 Determinação de distâncias

Nos estudos da astronomia e da astrofísica, a determiançãо de distâncias é uma das tarefas mais desafiadoras e importantes. O *redshift* de estrelas, galáxias, entre outros astros, pode ser utilizado para determinar a distância até eles.

Esse cálculo é feito a partir da **Lei de Hubble**. Neste material iremos nos restringir ao efeito Doppler e *redshift* em si, então, as explicações sobre as origens da equação da Lei de Hubble ficarão para um próximo material. Apesar disso, pela Lei de Hubble temos que:

$$v = H_0 d \tag{13}$$

em que v é a velocidade radial, d a distância e H_0 a constante de Hubble, cujo valor, em geral, é H_0 = 67,8 km s^{-1}Mpc^{-1}.

Ao determinarmos a velocidade radial do astro, ou seja, a velocidade com que ele se afasta de nós, podemos determinar sua distância.

4.2 Sistemas binários espectrocópicos

Ao estudar sistemas binários, podemos nos deparar com binárias espectrocópicas, nos quais coletamos informações de velocidades a partir dos dados de *redshift* das componentes. Isso ocorre porque a estrela, durante sua órbita, irá se aproximar ou afastar do observador, dependendo da posição orbital, o que nos permiti calcular a velocidade radial da estrela.

5 Exercícios

1. (Seletiva 2018)

Para um observador na Terra, o comprimento de onda da linha H_β no espectro da uma estrela é de 486,112 nm. Medidas feitas em laboratório demonstram que o comprimento de onda normal desta linha espectral é de 486,133 nm. Considerando que a velocidade da luz no vácuo é 3×10^5 km/s, pode-se afirmar que esta estrela:

a) Está se afastando a 12,96 km/s
b) Está se aproximando a 12,96 km/s
c) Está se afastando a 11,54 km/s
d) Está se aproximando a 11,54 km/s

2. (Seletiva 2021)

Uma estrela se aproxima de nós com velocidade de $v = 50,00$ km/s. Uma determinada linha espectral é observada com o comprimento de onda de $\lambda = 537,00$ nm. Levando em consideração o efeito Doppler, qual é o comprimento de onda original desta linha?

Considere a velocidade da luz $c = 300.000,00$ km/s.

a) 537,09 nm
b) 536,91 nm
c) 537,18 nm
d) 536,82 nm

3. (Seletiva 2021)

Os astrofísicos definem o parâmetro z (*redshift*) pela relação:

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{(\lambda_{obs} - \lambda_0)}{\lambda_0}$$

onde λ_{obs} é o comprimento de onda observado da Terra e λ_0 é o comprimento de onda próprio, isto é, o comprimento de onda medido com a fonte em repouso. Um observatório determinou que as linhas espectrais do hidrogênio presente em uma determinada galáxia estão muitas vezes deslocadas para o vermelho. Uma linha de emissão em especial, a linha de 21 cm aparece deslocada de 0,1 cm. A que velocidade v, aproximadamente, esta galáxia parece estar se afastando de nós?

Dica: para $z << 1$, podemos considerar a velocidade $v \approx zc$, onde c é a velocidade da luz.

a) 1400 km/s
b) 14 mil km/s
c) 28 mil km/s
d) 2800 km/s

4. (Seletiva 2022)

Os astrofísicos medem as velocidades radiais (v_r) das estrelas, obtidas pelo efeito Doppler, usando o centro do Sol como referência (velocidades radiais heliocêntricas). Assim, quando uma velocidade radial é obtida a partir do deslocamento $\Delta\lambda$ de uma linha no espectro de uma estrela, parte desse deslocamento se deve, na verdade, ao movimento da Terra em sua órbita em torno do Sol e, portanto, deve ser considerado. Marque a opção que traz o valor máximo aproximado do deslocamento Doppler $\Delta\lambda$ devido ao movimento orbital da Terra para a linha espectral H_α ($\lambda = 656,28$ nm).

Considere a órbita da Terra em torno do Sol como circular.

Dados:
• Velocidade radial $v_r = \frac{c\Delta\lambda}{\lambda}$, onde c é a velocidade da luz no vácuo ($3,00 \times 10^5$ km/s);
• Distância média Terra-Sol $d = 1,50 \times 10^8$ km;
• Período orbital da Terra $P = 1$ ano $\approx 3,00 \times 10^7$ s

a) 0,07 nm
b) 0,10 nm
c) 0,03 nm
d) 0,14 nm
e) 0,21 nm

6 Soluções

1. (Seletiva 2018)

Utilizando a relação do redshift:

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}$$

$$z = \frac{486,112 - 486,133}{486,133}$$

$$z = -4,32 \times 10^{-5}$$

Como $|z| << 1$, podemos usar a aproximação para o caso clássico, em que:

$$z \approx \frac{v}{c}$$

$$\Rightarrow v \approx zc$$

Dessa forma:

$$v \approx -4,32 \times 10^{-5} \cdot 3,00 \times 10^5$$

$$\boxed{v \approx -12,96 \text{ km/s}}$$

Podemos perceber que o sinal negativo no *redshift* e na velocidade indicam que a estrela está se aproximando do observador, logo, concluímos que a alternativa correta é a letra **(b)**

2. (Seletiva 2021)

Inicialmente, podemos perceber que $v << c$, dessa forma a proximação do caso clássico é válida, então:

$$z \approx \frac{v}{c}$$

$$z = \frac{50}{300000}$$

$$z = 1,667 \times 10^{-4}$$

Pela relação do *redshift*:

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}$$

$$\Rightarrow z = \frac{\lambda}{\lambda_0} - 1$$

$$\Rightarrow (z+1) = \frac{\lambda}{\lambda_0}$$

$$\Rightarrow \lambda_0 = \frac{\lambda}{(z+1)}$$

Substituindo os valores numéricos:

$$\lambda_0 = \frac{537}{(1,667 \times 10^{-4} + 1)}$$

$$\boxed{\lambda_0 = 536,91 \text{ nm}}$$

Encontramos, então, que a alternativa correta é a letra **(b)**

3. (Seletiva 2021)

Utilizando as relações do enunciado, podemos escrever a relação para a velocidade como:

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} c$$

$$v = \frac{0,1}{21} \cdot 3 \times 10^5$$

$$v = 1429 \text{ km/s} \approx 1400 \text{ km/s}$$

$$\boxed{v \approx 1400 \text{ km/s}}$$

Encontramos, então, que a alternativa correta é a letra **(a)**

4. (Seletiva 2022)

Primeiramente, vamos calcular a velocidade orbital da Terra em relação ao Sol. Como se trata de uma órbita circular, temos que:

$$v = \frac{2\pi d}{P}$$

$$v = \frac{2\pi \cdot 1{,}50 \times 10^8}{3{,}00 \times 10^7}$$

$$v = 31{,}42 \text{ km/s}$$

A situação de maior *redshift* ocasionado pela órbita terrestre ocorre quando toda a velocidade orbital é radial, portanto, utilizaremos a velocidade orbital como radial, substituindo-a na equação do redshift:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \approx \frac{v}{c}$$

$$\Rightarrow \Delta\lambda \approx \frac{v}{c}\lambda_0$$

Substituindo os valores numéricos:

$$\Delta\lambda \approx \frac{31{,}42}{3 \times 10^5} \cdot 656{,}28$$

$$\boxed{\Delta\lambda \approx 0{,}07 \text{ nm}}$$

Dessa forma, encontramos que a resposta correta é a alternativa **(a)**.

7 Observações finais

Esse material teve como objetivo apresentar os principais conceitos e equações mais recorrentes em problemas de olimpíadas de astronomia. Recomendo fortemente que faça vários exercícios semelhantes para uma boa fixação do conteúdo.

Espero que faça bom proveito desse material. Bons estudos!