Conservação da Energia Mecânica

Jonathan Gabriel Ternes

1 Introdução

Iremos falar agora sobre um dos conceitos mais fundamentais e importante da Física, a conservação de energia. Mas afinal, o que é energia? Essa é uma pergunta que até hoje não tem uma resposta muito bem definida. A energia não é concreta, não tem cheiro e muito menos forma. É algo que está presente em tudo na natureza, tanto em objetos com e sem massa (por exemplo: fóton). O que sabemos é que essa quantidade, denominada energia, não muda nas mais diversas modificações que a natureza passa, ou seja, a energia se conserva. Alguns tipos de energia são: energia térmica, energia luminosa, energia mecânica, energia atômica, entre outros..
Hoje iremos focar apenas no estudo da energia mecânica, que como sabemos, ela se conserva em determinados situações. Mas como? Vamos la...

2 O que é energia mecânica?

A energia mecânica está intimamente ligado com a capacidade de um corpo realizar trabalho. Para relembrar de forma simples, trabalho significa transferência (ou transformação) de energia de um sistema para um outro. A energia mecânica de um sistema é a soma da energia cinética e potencial (gravitacional e elástica, por exemplo):

$$E_m = E_{cin} + E_{pot} \tag{1}$$

2.1 Sistema mecânico conservativo

Para que a energia mecânica seja constante, o sistema precisa ser mecânico conservativo, ou seja, o trabalho realizado por uma força transforma, de forma exclusiva, energia cinética em energia potencial e vice-versa. Esses tipos de forças chamamos de forças conservativas. Isso significa que nesse sistema não ocorre forças dissipativas, que são as forças de atrito, resistência do ar, resistência viscosas, entre outras. Então, para um sistema mecânico ser conservativo, o trabalho só deve ser realizado por forças conservativas. Algumas das forças que conhecemos e que são conservativas são: força peso, força elástica e força elétrica.

3 Conservação da energia mecânica (Demonstração):

Como disse anteriormente, uma força conservativa está relacionada com a energia potencial. A relação entre elas é descrita pela seguinte equação:

$$F = -\frac{dU}{dx} \tag{2}$$

Ou seja, a força está relacionada com a taxa de variação da energia potencial com a posição. Pela segunda lei de Newton, temos:

$$F = m\frac{dv}{dt} \tag{3}$$

Vamos assumir que a força seja conservativa, então substituindo, temos:

$$\frac{-dU}{dx} = m\frac{dv}{dt} \Rightarrow m\frac{dv}{dt} + \frac{dU}{dx} = 0$$

Multiplicando por $\frac{dx}{dt}$ todos os membros da equação, ficamos com:

$$m\frac{dv}{dt}\frac{dx}{dt}+\frac{dU}{dx}\frac{dx}{dt}=0\cdot\frac{dx}{dt}$$

Perceba que podemos escrever $\frac{dU}{dx}\frac{dx}{dt}$ como sendo $\frac{dU}{dt}$ (regra da cadeia). Também podemos escrever $\frac{dx}{dt}=v$. Então, substituindo na equação anterior, ficamos com:

$$m\frac{dv}{dt}v+\frac{dU}{dt}=0 \tag{4}$$

Sabemos que $\frac{d(v^2)}{dt}=2v\frac{dv}{dt}$ (aplicamos a regra da cadeia, pois v também depende do tempo t). Então, isolando $v\frac{dv}{dt}=\frac{1}{2}\frac{d(v^2)}{dt}$. Substituindo na equação (4), ficamos com:

$$m\frac{1}{2}\frac{d(v^2)}{dt}+\frac{dU}{dt}=0 \tag{5}$$

Como $m\cdot\frac{1}{2}$ é constante, podemos colocar para dentro da derivada, então:

$$\frac{d\left(\frac{1}{2}mv^2\right)}{dt}+\frac{dU}{dt}=0 \tag{6}$$

A soma das derivadas é a derivada da soma:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mv^2}{2}+U\right)=0 \tag{7}$$

Sabemos que $\frac{mv^2}{2}=E_{cin}$ e $U=E_{pot}$, então:

$$\frac{d}{dt}(E_{cin}+E_{pot})=0 \tag{8}$$

Como vimos, $E_m=E_{cin}+E_{pot}$ (1), substituindo na equação (8), ficamos com:

$$\frac{d}{dt}E_m=0 \tag{9}$$

A equação (9) nos mostra que a derivada da energia mecânica em relação ao tempo tem como resultado zero, isso só é possível se a energia mecânica for constante. Então, fica demonstrado que a energia mecânica sendo constante no tempo, ela se conserserva.

4 Conclusão

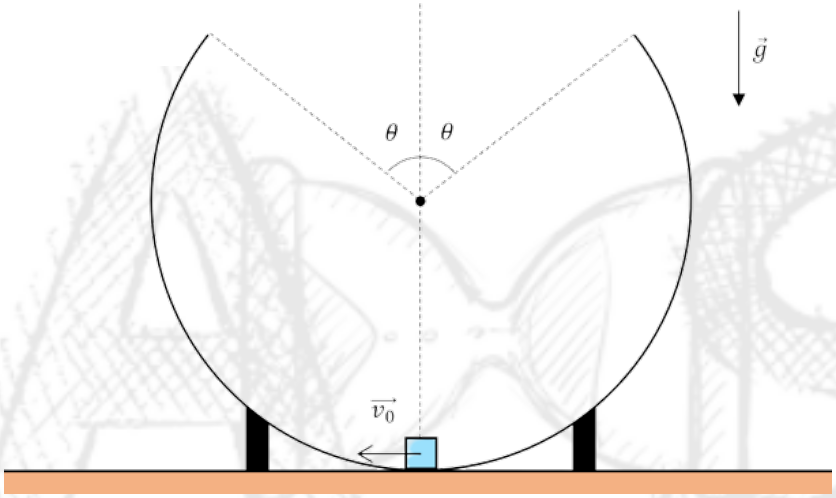
Quando estamos trabalhando num sistema mecânico conservativo, a energia mecânica é constante no tempo, ou seja, ela se conserva. A consequência imediata disso é que a energia cinética se transforma em potencial e vice versa.

5 Exercícios

Agora deixarei 3 exercícios para se divertir um pouco. Bons estudos!

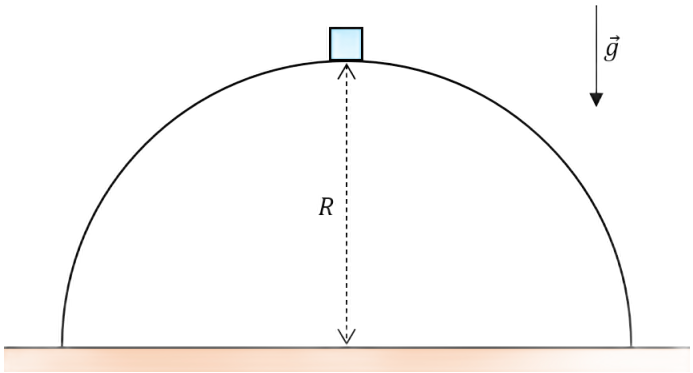
Exercício 1 *

Considere um trilho envergado em forma de arco de circunferência com raio igual a **R** instalado verticalmente, como representado na figura abaixo. No local, a aceleração da gravidade tem módulo **g** e a resistência do ar é desprezível.
Supondo-se conhecido o ângulo θ, qual deve ser a intensidade da velocidade $\vec{v_0}$ com que se deve lançar um pequeno objeto do ponto mais baixo do trilho, para que ele possa deslizar livremente saltando de uma extremidade para a outra, executando assim um movimento periódico?



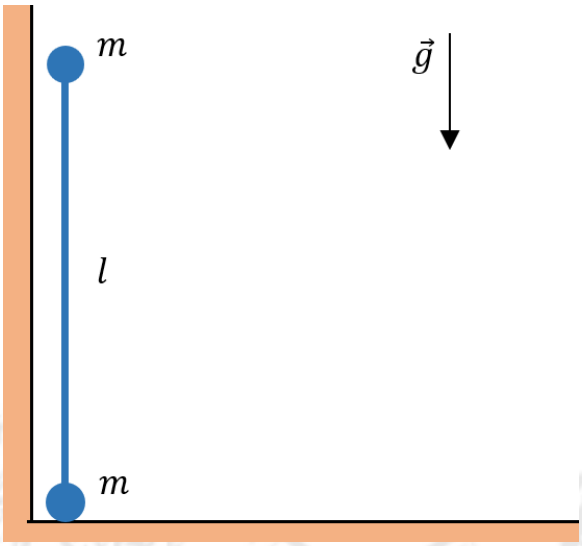
Exercício 2 *

Um pequeno bloco de gelo parte do repouso do ponto mais alto de um hemisfério e desce sem sofrer ação de atritos ou da resistência do ar. Sendo **R** o raio do hemisfério, calcule a que altura **h** do solo o bloco perde o contato com a superfície, passando a se mover sob a ação exclusiva da gravidade $\vec{g}$.



Exercício 3 **

Um haltere formado por duas partículas de massa m ligadas por um leve bastão de comprimento l encontra-se em posição vertical sob um plano sem atrito. Se dermos um simples toque na partícula inferior, o haltere começará se mover. Sendo $\vec{g}$ a gravidade local, qual a velocidade da partícula inferior quando a partícula superior perder o contato com a parede?



6 Gabaritos

Exercício 1 - $V_0 = \sqrt{gR[\frac{1}{cos(\theta)} + 2(1 + cos(\theta)]}$

Exercício 2 - $h = \frac{2}{3} \cdot R$

Exercício 3 - $v = \sqrt{\frac{8gl}{27}}$