Princípios Básicos da Propagação da Luz

Thiago Brasileiro

1 O que é a óptica geométrica?

Óptica geométrica é o ramo da física que estuda o comportamento da luz a partir do conceito de raios de luz, fazendo uma análise puramente geométrica, sem se preocupar com efeitos ondulatórios.

2 Princípio de Fermat e os conceitos fundamentais.

Suponha que você está caminhando para sua aula de física e você tem duas opções de caminho para seguir: um que leva 5 minutos e outro que leva 15 minutos. Qual você escolheria? Bem, obviamente você escolheria a que leva o menor tempo... Pergunta boba, não acha? Na verdade, **não!** Assim como você, a luz é esperta e também **escolhe o caminho que possui o menor intervalo de tempo possível! Esse é o princípio de Fermat.** O utilizaremos para fazer belas demonstrações dos teoremas que regem a óptica geométrica.

2.1 Índice de refração

Para prosseguirmos com nossas ideias precisamos definir um elemento importantíssimo na óptica geométrica, o índice de refração (n). Ele pode ser escrito como:

$$\boxed{n = \frac{c}{v}} \tag{1}$$

Onde c é a velocidade da luz no vácuo e v a velocidade da luz em um outro meio. Veja que o índice de refração é um parâmetro adimensional e ele mede o quão rápido a luz pode viajar quando ela emerge em um outro meio. Note que o índice de refração possui **valor mínimo igual a 1!** pois a velocidade limite no universo é a velocidade da luz no vácuo. Tomemos como exemplo tal situação: imagine que você está em uma piscina, curtindo um dia ensolarado! Como estudante de física nato você percebe que a luz vem do ar e penetra na piscina, na água. Com o conceito de índice de refração você pode calcular a velocidade da luz na água! Só por curiosidade esse valor é $2,210^8 m/s$.

2.2 O caminho óptico

Como vimos, a luz percorre o caminho de menor intervalo de tempo. Das definições de cinemática, temos:

$$v = \frac{ds}{dt}$$

então

$$dt = \frac{ds}{v}$$

Mas, sabemos que $v = \frac{c}{n}$ substituindo e fazendo a integração, acharemos que:

$$\int_0^{\Delta t} dt = \int_{s_0}^{s} \frac{ds}{v} = \int_{s_0}^{s} \frac{(ds)n}{c} = \Delta t = \Delta s \frac{n}{c}$$

Lembrando que n e c são constantes e saem da integral. Assim, definiremos como caminho óptico o produto:

$$\boxed{c_o = n\Delta s} \tag{2}$$

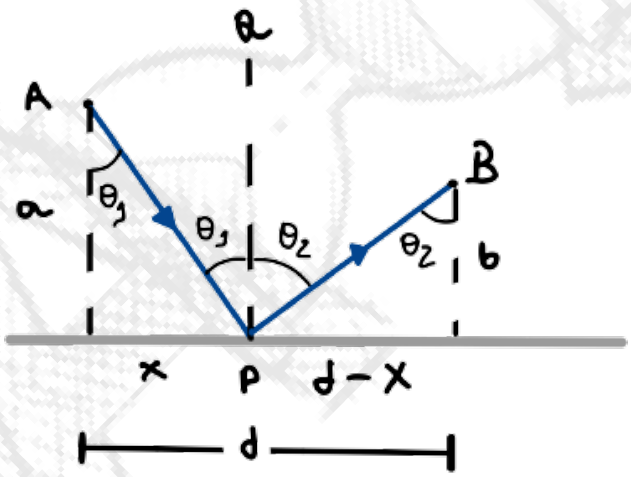
Assim, para o intervalo de tempo ser mínimo o produto acima deve ser mínimo. Logo, podemos reformular o princípio de Fermat como: **A luz percorre a distância de menor caminho óptico possível.**

2.3 A lei da reflexão

Nesse tópico trataremos da famosa lei da reflexão da luz e a demonstraremos utilizando o poderoso princípio de fermat. Neste e no próximo tópico utilizaremos abordagens com cálculo diferencial, utilizando conceitos básicos de derivada. Mas, visando seu melhor entendimento da teoria deste artigo, quero lembrar que:

- Ao derivarmos uma função e igualarmos a zero, chegaremos em seu máximo ou em seu mínimo.
- Lembre-se da regra da cadeia que diz ,em suma, que ao derivarmos funções compostas, o resultado será a derivada da função interna multiplicada pela derivada da função externa.

Assim, com esse conceitos em mentes vejamos a figura abaixo:



Estudaremos como se dá a reflexão de um raio de luz por um espelho (independente do tipo). Da figura, extraímos que:

- a é a altura do ponto luminoso A em relação ao espelho
- b é a altura do ponto luminoso B em relação ao espelho
- d é a distancia entre os pontos A e B
- A reta QP é uma reta normal ao espelho;
- x é a distancia horizontal do ponto A até o ponto de encontro com o espelho P

- θ_1 é o angulo que o raio AP faz com a reta normal, que chamaremos de ângulo de incidência
- θ_2 é o angulo que o raio refletido PB faz com a reta normal, que chamaremos de angulo de reflexão
- n é o índice de refração do meio.

Pelo princípio de fermat, sabemos que a luz percorre o menor caminho óptico. Definindo D_t como o caminho óptico total da luz, temos que

$$D_t = n(d_{AP} + d_{PB})$$

Pelo teorema de pitágoras, temos que

$$D_t(x) = n(\sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{(d-x)^2 + b^2})$$

Derivando e igualando a zero, chegaremos no valor mínimo da distância. (Perceba que não chegamos ao máximo pois o máximo da distânia está está no infinito.)

$$\frac{dD_t(x)}{dx} = 0 = n\frac{d}{dx}(\sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{(d-x)^2 + b^2})$$

Dividindo por n e utilizando a regra da cadeia, chegaremos que:

$$0 = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} + \frac{x - d}{\sqrt{(d-x)^2 + b^2}}$$

Isolando o termos mais da esquerda e multiplicando por -1 dos dois lados:

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{d - x}{\sqrt{(d-x)^2 + b^2}}$$

Perceba que:

$$\sin(\theta_1) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$\sin(\theta_2) = \frac{d - x}{\sqrt{(d-x)^2 + b^2}}$$

Assim, chegamos que

$$\sin(\theta_1) = \sin(\theta_2)$$

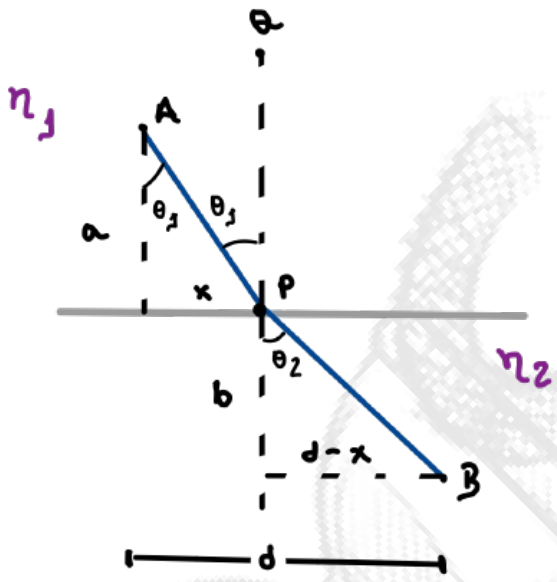
Como os ângulos θ_1 e θ_2 são menores que 90a única possibilidade para os senos serem iguais é de que **os ângulos sejam iguais!** Assim, chegamos que

$$\boxed{\theta_1 = \theta_2} \tag{3}$$

Chegamos na famosa relação em que **o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão!** Essa é a lei da reflexão.

2.4 A lei da refração ou a Lei de Snell

Iremos acrescentar ao nosso repertório de conhecimento o conceito de refração. **Refração é o nome dado quando a luz passa de um meio com um certo índice de refração para ou outro meio com outro índice de refração**. Vejamos como será o comportamento da luz nessa situação.



Os mesmos parâmetros da figura 1 (reflexão) são usados aqui, com exceção do n_1 e n_2 , que correpondem, respectivamente, ao índice de refração do meio 1 e do meio 2 e do θ_2 que aqui é chamado de ângulo de refração. Pelo princípio de Fermat, o caminho óptico deve ser mínimo. Definindo D_t como caminho óptico total, temos que:

$$D_t(x) = n_1\sqrt{a^2 + x^2} + n_2\sqrt{b^2 + (d - x)^2}$$

Fazendo a derivada e igualando a zero para encontrar o mínimo, achamos que:

$$\frac{dD_t(x)}{dx} = 0 = n_1\frac{d(\sqrt{a^2 + x^2})}{dx} + n_2\frac{d(\sqrt{b^2 + (d - x)^2})}{dx}$$

Fazendo uso da regra da cadeia, chegaremos que

$$n_1\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} + n_2\frac{(x - d)}{\sqrt{b^2 + (d - x)^2}} = 0$$

Passando o termo mais a esquerda para o outro lado e multiplicando ambos os lados por -1, chegaremos que:

$$n_1\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = n_2\frac{(d - x)}{\sqrt{b^2 + (d - x)^2}}$$

Perceba que:

$$\sin(\theta_1) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$\sin(\theta_2) = \frac{d - x}{\sqrt{(d - x)^2 + b^2}}$$

Assim, chegamos na famosa **Lei de snell**:

$$\boxed{n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2)} \tag{4}$$

Essa equação nos diz que o produto entre o índice de refração do meio e o seno do ângulo de incidência deve ser igual ao produto entre o índice de refração do novo meio que o raio irá adentrar e o seno do ângulo de refração.

3 Conclusões

Essas equações serão muito utilizadas em toda a óptica geométrica e servirão para o embasamento teórico de diversas ramificações da óptica. Essas relações podem se aplicadas em espelhos, lentes e dióptros.

Vimos que através de uma simples lei, chegamos em equações poderosas que regem o comportamento da luz em uma análise não ondulatória desta. Não trataremos nenhum exercício aqui mas em próximos materiais, em que falaremos das aplicações dessas fórmulas na óptica, serão colocadas belíssimas questões sobre o assunto e você poderá fazer uma boa preparação.