Transformações Gasosas

Mateus Freitas

1 Introdução

Transformações gasosas são processos de mudança de estados termodinâmicos de um gás. Aqui utilizaremos apenas o modelo de gás ideal que possui uma excelente aproximação com gases reais para pressões baixas e altas temperaturas. Os estudos sobre transformações gasosas tiveram início no século XVII, com os trabalhos de cientistas como Robert Boyle, Evangelista Torricelli, Gay-Lussac, Avogadro e Clapeyron.

Apresentamos agora as quatro principais transformações gasosas e as leis que as regem:

1.1 Transformação Isotérmica

Processo de mudança de estado em que o gás é mantido a temperatura fixa. Dela, surge a lei de Boyle:

$$p \propto \frac{1}{V} \Rightarrow pV = cte \tag{1}$$

Esta lei nos mostra que para processos mantidos a temperatura constante o produto entre pressão e volume é a todo instante constante. Além disso, experimentalmente percebeu-se que quanto maior era o produto pressão e volume, maior era a temperatura do gás.

Graficamente:

1.2 Transformação Isobárica

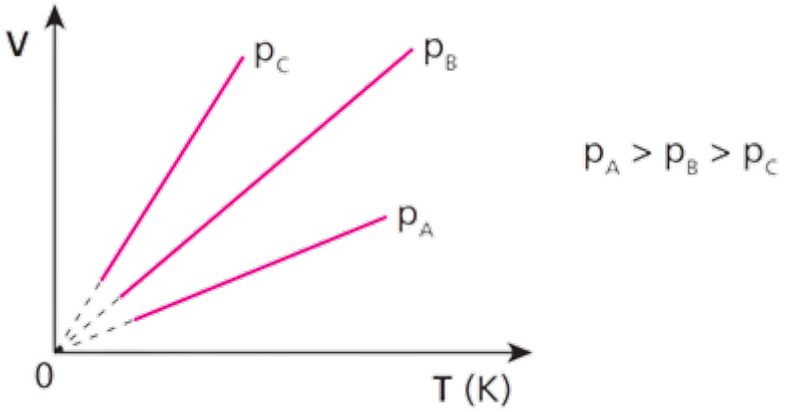
Processo de mudança de estado em que o gás é mantido a pressão constante.

Dela, surge a lei de Charles e Gay-Lussac:

$$T \propto V \Rightarrow \frac{T}{V} = cte \tag{2}$$

Ou seja, para processos de pressão fixa, a razão entre temperatura e volume é constante. Experimentalmente notou-se que quanto maior era a razão entre temperatura e volume, maior era a pressão do gás.

Graficamente:



1.3 Transformação Isocórica

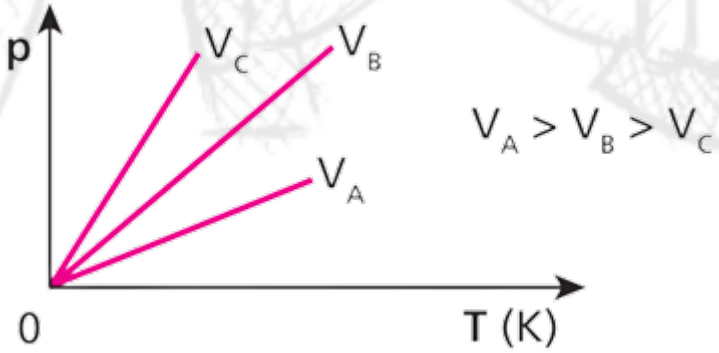
Também conhecida como transformação isométrica ou isovolumétrica, essa transformação é o processo de mudança de estado em que o gás é mantido a volume constante.

Fazendo experimentos com este processo, foi criada a lei de Charles:

$$p \propto T \Rightarrow \frac{p}{T} = cte \tag{3}$$

Equivalentemente, pode-se dizer que em processos isocóricos a razão entre pressão e temperatura é fixa. Assim como nos processos anteriormente citados, quanto maior é a razão entre pressão e temperatura menor é o volume.

Graficamente:



Note que uma peculiaridade do processo isocórico é que $dV = 0$. Sendo assim:

$$\delta W = pdV = 0$$

2 A Equação dos Gases Ideais

Por meio do estudo das três leis apresentadas anteriormente, foi possível sintetizá-las em uma única equação que ficou conhecida como a equação dos gases ideais ou **Equação de Clapeyron**:

$$\boxed{pV = nRT} \tag{4}$$

Onde n é o número de mols do gás e R é a constante dos gases ideais $(R = 8,31 J/mol.K)$. Perceba que se o número de mols n se manter o mesmo, então $\frac{pV}{T}$ será sempre constante! Essas equações são extremamente importante para o estudo da termodinâmica e estarão presentes na resolução de muitos e muitos exercícios sobre o assunto. Lembre-se dela!

No que virá a seguir, será necessário usar a equação de Clapeyron na sua forma **diferencial**. Portanto, derivando a equação acima e aplicando a regra da cadeia obtemos:

$$Vdp + pdV = nRdT \tag{5}$$

3 Transformação Adiabática

Processos adiabáticos são aqueles em que não há troca de calor entre o sistema e o ambiente. Isso implica que a variação de energia interna do sistema é devida apenas ao trabalho realizado sobre ele ou por ele. Isso nos permite começar escrevendo que a variação infinitesimal de calor é sempre zero: $dQ = 0$

Em transformações adiabáticas, é possível mostrar que existe uma lei de conservação muito interessante entre pressão, volume e temperatura (similar à lei de Boyle e Charles). Vamos encontrá-la!

Começemos escrevendo a primeira lei da termodinâmica:

$$dU = dQ - dW$$
$$dQ = 0 \Rightarrow dU = -dW$$

Sabendo que $dU = nc_v dT$ e que $dW = PdV$, temos

$$nc_v dT = -pdV$$

Vamos agora resgatar a equação de Clapeyron em sua forma diferencial, apresentada anteriormente. Veja:

$$\frac{c_v}{R}(Vdp + pdV) = -pdV \Rightarrow \frac{dp}{p} = -\left(1 + \frac{R}{c_v}\right)\frac{dV}{V}$$

Aqui, podemos definir um termo muito importante que foi nomeado **Coeficiente de Poisson** (γ), tal que:

$$\gamma = \left(1 + \frac{R}{c_v}\right) = \frac{c_p}{c_v} \tag{6}$$

Assim:

$$\int \frac{dp}{p} = -\gamma \int \frac{dV}{V} \Rightarrow ln(p) = -\gamma ln(V) + cte \Rightarrow ln(pV^\gamma) = cte$$

Logo:

$$\boxed{pV^\gamma = cte} \tag{7}$$

Essa é outra equação **muito** importante no estudo dos gases ideais. Como $\frac{pV}{T}$ é constante, podemos reescrever a lei de conservação que encontramos de 3 formas diferentes:

$$pV^\gamma = cte$$
$$TV^{\gamma-1} = cte$$
$$Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = cte$$

Lembrando que essas equações são válidas apenas quando temos transformações adiabáticas!

4 Processos Politrópicos

Processos politrópicos são todos aqueles em que é possível escrever uma lei de conservação da forma $pV^x = cte$. Note que muitos dos casos que analisamos são particularizações de processos politrópicos:

- $x = 0 \rightarrow$ trans.isobárica
- $x = 1 \rightarrow$ trans.isotérmica
- $x = \gamma \rightarrow$ trans.adiabática

5 Exercícios

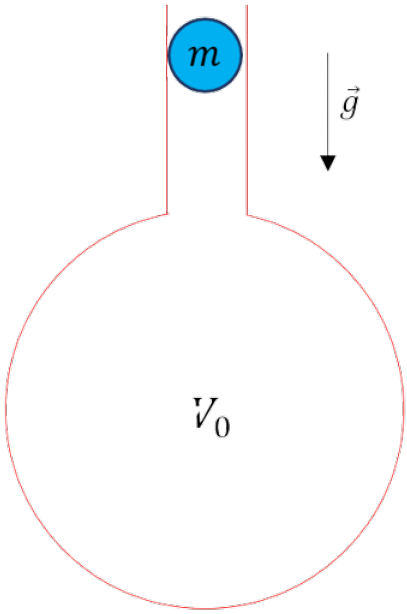
Confira agora alguns exercícios para desafiar-se e verificar seu aprendizado!

5.1 Densidade de um gás? *

Considere dois gases, A e B, de mesma massa molar. O gás A possui o dobro da densidade de B e apresenta metade de sua temperatura. Determine a razão entre as pressões do gás A e B.

5.2 Oscilações adiabáticas **

O Método de Ruchardt pode ser empregado para determinar o coeficiente de Poisson $\gamma = (c_v/c_v)$, isto é, a relação entre os coeficientes de calor específico com pressão e com volume constante, envolvendo transformações adiabáticas. Utilizando um balão de vidro com ar em seu interior, ajusta-se uma bolinha metálica de raio a e massa m, que veda a boca do balão. Na posição $x = 0$ a bolinha encontra-se em equilíbrio e o balão de vidro tem um volume V_0. Ao ser deslocada na vertical de sua posição de equilíbrio a bolinha move-se, executando oscilações em um movimento harmônico simples.



Considerando o atrito desprezível, mostre que o período de oscilação em função das variáveis do problema é dado por:

$$T = \frac{2}{a^2}\sqrt{\frac{mV_0}{\gamma P}}$$

5.3 Montando fogueira ***

Em um acampamento de escoteiros, uma fogueira é mantida acessa, de onde sai fumaça. A temperatura da fumaça 7 metros acima do chão é de $T = 40C$. Despreze a troca de calor com a vizinhança e assuma que a temperatura do ar é sempre constante e igual a 20°C, assim como que a pressão atmosférica no chão equivale a $p_0 = 1000hPa$. Se a massa molar da fumaça é de $M_m = 29g/mol$, qual será o tamanho da coluna de fumaça?

6 Gabarito

Densidade de um gás $\Rightarrow P_A/P_B = 1$

Montando fogueira $\Rightarrow h \approx 1900m$