Solução Simulado OBF Nível 2

Departamento de Física

Autores:

- Q1: Thiago Brasileiro
- Q2: Thiago Brasileiro
- Q3: Thiago Brasileiro
- Q4: Thiago Brasileiro
- Q5: Thiago Brasileiro
- Q6: Gustavo Valente
- Q7: Mateus Freitas
- Q8: Mateus Freitas
- Q9: Mateus Freitas
- Q10: Mateus Freitas
- Q11: Mateus Freitas
- Q12: Gustavo Valente
- Q13: Gustavo Valente
- Q14: Gustavo Valente
- Q15: Gustavo Valente
- Q16: Gustavo Valente
- Q17: Gustavo Valente
- Q18: Gustavo Valente
- Q19: Gustavo Valente
- Q20: Gustavo Valente

1. **Questão 1** Um bloco, em uma superfície lisa, sofre ação de uma força cujo módulo é dado por $F = a$ que o faz descrever uma velocidade paralela a F do tipo $v(t) = \frac{at^2}{2} - bt$, onde a e b são constantes apropiadas. Determine a potência em função do tempo.

   a) $\frac{a^2}{2}t^2 + abt$

   b) $\frac{a^2}{2}t^2 - abt$

   c) $-\frac{a^2}{2}t^2 - abt$

   d) $\frac{a^2t^3}{2}t^2 + \frac{3ab}{2}t$

   e) $\frac{a^2t^3}{2}t^2 + \frac{ab}{2}t$

Solução:

Sabemos que a potência é dada por:

$$P = \frac{dE}{dt}$$

Onde E representa e energia e t o tempo. Perceba que a energia na referida questão será o trabalho que a força F faz no bloco. Das definições de trabalho, temos:

$$\tau = \int \vec{F} \cdot \vec{x}$$

Do enunciado extraímos que a força é paralela ao deslocamento, logo nosso trabalho será:

$$\tau = F.x$$

Assim, a energia será igual ao trabalho. Substituindo na fórmula da potência, achamos que:

$$P = \frac{d(F.x)}{dt}$$

Para forças constantes no tempo, achamos que:

$$P = F\frac{dx}{dt} = F.v$$

Logo, fazendo a multiplicação encontraremos que:

$$\boxed{P = \frac{a^2}{2}t^2 - abt}$$

Resposta: b) $\frac{a^2}{2}t^2 - abt$

2. Questão 2 Uma bolinha é solta, a partir do repouso, de uma altura **h**. Sabendo que o coeficiente de restituição e $= \frac{1}{\sqrt{2}}$ determine a distância vertical total percorrida pela bolinha após infinitas colisões com o solo.

   a) $\frac{3}{2}h$

   b) $\frac{5}{2}h$

   c) $3h$

   d) $2h$

e) $\frac{8}{5}h$

Solução:

Primeiramente, gostaria de dar um panorama geral da situação proposta: A bolinha é solta de uma altura h de tal forma que ganha velocidade e colide no chão. Após cada colisão a velocidade é descrescida e ela irá subir até uma altura menor que a altura inical. Esse movimento se repetirá infinita vezes. Então, faremos a conservação de energia para achar a velocidade que a bolinha possui imediatamente antes da colisão. Iniciamente a bolinha possui energia potencia gravitacional que se tranformará por inteiro em energia cinética imediatamente antes de tocar o solo:

$$mgh = \frac{mv_0^2}{2}$$

Isolando v_0, achamos que:

$$v_0 = \sqrt{2gh}$$

A partir de agora adotarei a notação v_n que representa a velocidade da bolinha após n colisões. A difinição do coeficiente de restituição nos diz que:

$$e = \frac{v_{afast}}{v_{aprox}}$$

Para acharmos a altura percorrida após cada colisão, usaremos a equação de Torriceli. Para a primeira colisão, temos que:

$$e = \frac{v_1}{v_0}$$
$$v_1 = ev_0$$

Usando torriceli até o ponto de altura máxima (a velocidade final é nula), temos:

$$v^2 = v_1^2 - 2gH_1 = 0$$
$$v_1^2 = 2gH_1 = e^2v_0^2$$
$$H_1 = \frac{e^2v_0^2}{2g}$$

Fazendo o mesmo processo para a segunda colisão:

$$e = \frac{v_2}{v_1}$$
$$v_2 = e^2v_0$$
$$v^2 = v_2^2 - 2gH_2 = 0$$
$$v_2^2 = 2gH_2 = e^4v_0^2$$
$$H_2 = \frac{e^4v_0^2}{2g}$$

Para a n-ésima colisão, temos:

$$e = \frac{v_n}{v_{n-1}}$$
$$v_n = e^nv_0$$
$$v = v_n^2 - 2gH_n = 0$$
$$v_n^2 = 2gH_n = e^{2n}v_0^2$$
$$H_n = \frac{e^{2n}v_0^2}{2g}$$

Assim:

$$H_1 + H_2 + ... = \frac{v_0^2}{2g}(e^2 + e^4 + e^6 + ...)$$

Assim, é facil perceber que a soma de todas as alturas é uma PG infinita de razão e^2. A soma de uma PG infinita é dado por:

$$S = \frac{a_1}{1-q}$$

em que $a_1 = e^2$. Logo:

$$H_1 + H_2 + ... = \frac{v_0^2}{2g}\frac{e^2}{1-e^2}$$

substituindo v_0^2 por $\sqrt{2gh}$ e e por $\frac{1}{\sqrt{2}}$ temos que:

$$H_1 + H_2 + ... = h$$

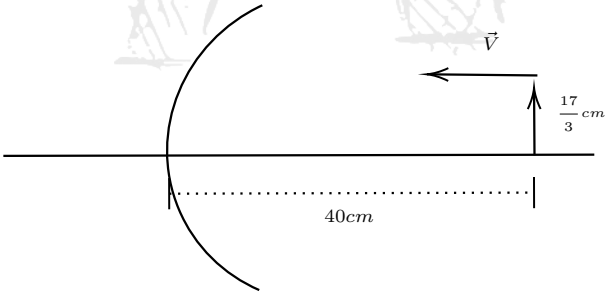
Lembrando que no início ele percorre uma altura h até colidir com o solo, a altura total. Portanto

$$\boxed{H_t = 2h}$$

Resposta: d) 2h

3. Um objeto se movendo com $v = 4\frac{cm}{s}$ está de frente a um espelho côncavo cujo raio vale 36 cm. Marque o item que fornece a velocidade da imagem e seu tamanho, respectivamente, para t = 4s. Os itens estão no SI.

   a) 0,36 e 0,17
   b) -0,12 e $\frac{34}{3}$
   c) 0,36 e -0,17
   d) 0,12 e -$\frac{34}{3}$
   e) -0,36 e 0,17



Solução:

Da equação dos pontos conjugados sabemos que:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Queremos relacionar a velocidade da imagem com a velocidade do objeto. Como o foco é constante e o objeto se move apenas na direção horizontal, temos que:

$$\dot{p} = v_o$$

$$\dot{p'} = v_i$$

Onde esse pontinho em cima representa a derivada em relação ao tempo e v_o e v_i representam as velocidades do objeto e da imagem. Então, derivando a equação dos pontos conjugados em relação ao tempo, acharemos que:

$$\frac{dp^{-1}}{dt} + \frac{dp'^{-1}}{dt} = 0$$

Utilizando a regra da cadeia, obtemos:

$$-\frac{v_o}{p^2} - \frac{v_i}{p'^2} = 0$$

Lembrando que o aumento tranversal linear(A_t) é dado por:

$$A_t = \frac{-p'}{p}$$

$$A_t^2 = \frac{p'^2}{p^2}$$

Com isso, isolando v_i, encontraremos que:

$$v_i = -\frac{p'^2}{p^2} v_o = -A_t^2 v_o$$

Para acharmos a velocidade da imagem, precisamos descobrir p'. Sabendo que $f = \frac{R}{2} = 18cm$ onde R é o raio do espelho côncavo, podemos usar a equaçao dos pontos conjugados para achar o p'. O p em t=4s será: 40-4t=24cm logo:

$$\frac{1}{18} = \frac{1}{24} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{72}$$

$$p' = 72cm$$

Logo, nosso aumento linear tranversal será:

$$A_t = -\frac{p'}{p} = -\frac{72}{24} = -3$$

Então nosso v_i será:

$$v_i = -9.4 = -36\frac{cm}{s} = \boxed{-0,36\frac{m}{s}}$$

Para acharmos a altura também usaremos a fórmula do aumento linear transversal:

$$A_t = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

Onde i e o representam os tamanhos da imagem e do objeto. $A_t = -3$ e o $= \frac{17}{3}cm$ Logo:

$$i = -3\frac{17}{3} = -17cm = -0,17m$$

Aqui, o sinal de menos serve apenas para indicar se a imagem está invertida em relação ao objeto. O seu tamanho, de fato, é 0,17 m.

Resposta: e) -0,36 e 0,17

4. Dois espelhos planos são justaposto com um angulo θ. Sabendo que θ varia no tempo comforme a equação $\theta(t) = 11,25t$, determine o número de imagnes que o conjunto de espelhos formam para t=2s, t=4s e t=8s, respectivamente.

   a) 16, 9 e 4

   b) 16, 8 e 3

   c) 15, 7 e 3

   d) 15, 7 e 4

   e) 16, 8 e 3

Solução:

Nessa questão utilizaremos os conhecimentos de justaposição de espelhos planos. É conhecido que o número de imagens formado pela justaposição de 2 espelhos planos que fazem um θ entre si é dado por:

$$N = \frac{360^\circ}{\theta} - 1$$

θ varia no tempo conforme a equação dada: $\theta(t) = 11.25t$. Então, encontraremos o valor de θ para cada tempo fornecido e o substituíremos na fórmula do número de imagens. Façamos:

$$\theta(2) = 22.5^\circ$$

$$N = \frac{360^\circ}{22.5^\circ} - 1 = \boxed{15}$$

$$\theta(4) = \frac{360^\circ}{45^\circ} - 1 = \boxed{7}$$

$$\theta(8) = \frac{360^\circ}{90^\circ} - 1 = \boxed{3}$$

Resposta: c) 15,7,3

5. **(1 ponto)** Um pequeno corpo parte do repouso de uma altura H em relação ao solo e encontra um looping de raio R. Determine o valor mínimo da altura H de modo que o corpo consigo atravessar o looping sem cair. Despreze qualquer tipo de força dissipativa.

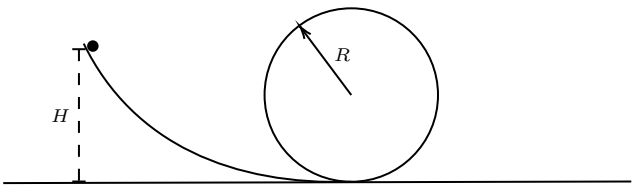
   a) $\frac{3}{2}R$

   b) $\frac{7}{2}R$

   c) 3R

   d) 2R

   e) $\frac{5}{2}R$



Solução:

Utilizaremos o conceito da conservação da energia mecânica (não há atrito no problema) e o conceito de resultante centrípeta. Perceba que a condição para atingir a velocidade mínima para que ele consiga percorrer o looping deve ser de que quando o corpo está no ponto de atura máxima do looping, a sua normal deve tender a zero. Isso irá garantir que ele consegue percorrer a outra metade do looping. Então, escrevedno a conservação da energia mecânica para o ponto de altura h e para o ponto de altura máxima no looping, temos:

$$mgh = mg2R + \frac{mv^2}{2}$$

Como faremos para descobrir v? Usaremos a resultante centrípeta. No ponto de altura máxima e com a condição de velocidade mínima, a resultante centrípeta será o própio peso do corpo. Logo:

$$\frac{mv^2}{R} = mg$$
$$v^2 = Rg$$

Substituindo na equação da conservação da energia, temos:

$$mgh = mg2R + \frac{mRg}{2}$$

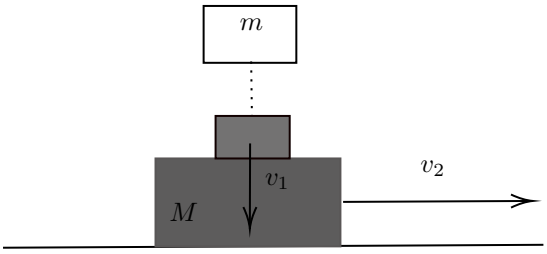
Dividindo por mg dos dois lados e isolando h, encontraremos que:

$$\boxed{h = \frac{5}{2}R}$$

Resposta: e) $\frac{5}{2}R$

6. **(1 ponto)** Um bloco de massa M = 10kg está se movendo num plano horizontal. Um objeto de massa m = 2kg é jogado no bloco, atingindo ele verticalmente com uma velocidade de $v_1 = 12m/s$. A velocidade do bloco nesse mesmo instante é de $v_2 = 2m/s$. O objeto se prende ao bloco.

   Qual será a velocidade do bloco logo após a colisão se o coeficiente de atrito entre o bloco e o chão é de $\mu = 0.4$?.



   (a) $0.80m/s$
   (b) $1.00m/s$
   (c) $1.40m/s$
   (d) $1.67m/s$
   (e) $2.50m/s$

Solução:

Podemos começar a nossa solução, com a definição de impulso:

$$\int N dt = -(-mv_1)$$

No nosso caso, aplicando essa definição primeiro na vertical, com o bloco pequeno como feito acima, conseguimos extrair o valor de Ndt, que será de: $mv_1 = 24$

Aplicando a definição de impulso na horizontal, teremos a força de atrito atuando dependendo da normal. Como o atrito é a multiplicação da normal do corpo pelo coeficiente de atrito, e este coeficiente é uma constante, ele sairá da integral, deixando apenas o termo de Ndt dentro, que é o mesmo termo que encontramos anteriormente.

Logo, após a colisão, teremos:

$$\mu \int N dt = (M + m)v - Mv_2$$

Sendo v a velocidade do conjunto após a colisão. Isolando v, teremos então que:

$$v = \frac{N}{\mu(M + m)}$$

Dado que $Ndt = mv_1 = 24$, substituímos na equação acima:

$$v = \frac{24}{\mu(M + m)}$$

A resposta para a velocidade após a colisão é $v = 2.50\,\mathrm{m/s}$, onde utilizamos os valores dados para M, m e μ.

Resposta: e) 2.50m/s

7. **(1 ponto)**Considere um sistema planetário hipotético X com uma estrela X_E e dois planetas X_a e X_b. Sabendo que a distância de X_a até sua estrela é quatro vezes menor que a de X_b, marque o item que corresponde a razão entre os períodos de translação de X_b e X_a.

Sistema planetário X

Considere que a interação entre os planetas é praticamente desprezível e que o movimento de

translação é aproximadamente circular.

(a) $\frac{1}{8}$

(b) $\frac{1}{2}$

(c) 8

(d) 4

(e) $\sqrt{2}$

Solução:

Usando a terceira lei de kepler:

$$\frac{{T_a}^2}{{d_a}^3} = \frac{{T_b}^2}{{d_b}^3} \Rightarrow \left(\frac{T_b}{T_a}\right)^2 = \left(\frac{d_b}{d_a}\right)^3$$

Porém, $d_b = 4d_a$, assim:

$$\left(\frac{T_b}{T_a}\right)^2 = 64 \Rightarrow \boxed{\frac{T_b}{T_a} = 8}$$

Reposta : c) 8

8. **(1 ponto)** Uma placa retangular de alumínio de área A(a 0ºC) e coeficiente de dilatação linear α (cujo valor numérico está destacado na capa da prova) é aquecida até 500ºC. Sabendo que o lado menor do retângulo media antes do aquecimento $\frac{\sqrt{A}}{2}$, assinale a medida do lado maior depois do aquecimento.

(a) Não é possível determinar, pois na temperatura final o alumínio é líquido.

(b) $1,359\left(\sqrt{A}\right)^{-1}$

(c) $2,022.\sqrt{A}$

(d) $0,505.\sqrt{A}$

(e) Nenhuma acima das alternativas acima é correta.

Solução:

Primeiro, é conveniente verificar se o alumínio ainda é sólido na temperatura de 500ºC. Verificamos que sim, pois ele está abaixo da sua temperatura de fusão(≈660ºC).

Denote b_0 e b_f como o lado maior do retângulo antes e depois do aquecimento, respectivamente.

Antes de aquecer:

$$A = \frac{\sqrt{A}}{2} b_0 \Rightarrow b_0 = 2\sqrt{A}$$

Pela fórmula da diatação linear:

$$b_f = b_0(1 + \alpha\Delta T) \Rightarrow b_f = 2\sqrt{A}(1 + \alpha\Delta T) \approx 2,022\sqrt{A}$$

$$\boxed{b_f \approx 2,022\sqrt{A}}$$

Resposta: c) 2,022$\sqrt{A}$

9. **(1 ponto)** Um biólogo que trabalha em Yakutsk (a cidade mais fria do mundo) precisa construir um alojamento cúbico de concreto com paredes de espessura $\epsilon = 25cm$ e coeficiente de condutividade térmica $k = 1,73W/m$. Seu objetivo é definir qual deve ser a área de cada parede de tal modo que ele consiga manter as proteínas de seu estudo à 25ºC e usando um aquecedor de potência $65KW$.

Yakutsk no inverno

Considere que o chão não conduz calor, que a temperatura fora do alojamento é -50ºC e que o aquecedor opera no alojamento de maneira uniforme.

(a) $12m^2$

(b) $16m^2$

(c) $20m^2$

(d) $25m^2$

(e) $36m^2$

Solução:

Para que a temperatura se matenha constante, esperamos que: $Pot_{aquecedor} = \Phi$, onde Φ é o fluxo térmico. Além disso, a área em que efetivamente existe fluxo térmico é $5A$.

Assim, pela lei de fourrier:

$$Pot_{aquecedor} = \frac{k(5A)\Delta T}{\epsilon} \Rightarrow A = \frac{\epsilon}{5k\Delta T} Pot_{aquecedor}$$

$$\boxed{A \approx 25m^2}$$

Resposta: d) 25m^2

10. **(1 ponto)** A sobrefusão é um fenômeno que se baseia em diminuir a temperatura de um material líquido até deixá-la abaixo de sua temperatura de fusão, mas evitando perturbações, de tal forma que mesmo abaixo da temperatura de fusão, o material permanece líquido. Imagine que 1 kg de água inicialmente a 0ºC é levado á temperatura de -8ºC sem que nenhuma porção de água congele. Assinale a alternativa que indica a porcentagem de massa que virou gelo depois de uma forte perturbação no recipiente que continha a água.

    (a) 10%

    (b) 15%

    (c) 8%

    (d) 23%

    (e) 100%

Solução:

Da temperatura de inicial(-8ºC) à temperatura final(0ºC), o líquido recebe calor sensível e este transforma-se em calor latente.

Assim:

$$m_{agua(s)}L_{fus} = m_{agua(l)}c\Delta T \Rightarrow \frac{m_{agua(s)}}{m_{agua(l)}} = \frac{c\Delta T}{L_{fus}} = 10\%$$

$$\boxed{\frac{m_{agua(s)}}{m_{agua(l)}} = 10\%}$$

Resposta: a) 10%

11. **(1 ponto)** Cinco mols de um gás monoatômico são levados de um estado (P_0, V_0, T_0) até o estado $(\frac{P_0}{2}, V_0, T_f)$. Sabendo que o volume se manteve constante ao longo de todo o processo, assinale a alternativa que expressa a variação de energia interna do gás em função de T e da constante dos gases ideais, R.

    (a) $\frac{3RT_0}{2}$

    (b) $-\frac{3RT_0}{4}$

    (c) $-\frac{5RT_0}{2}$

    (d) $-\frac{15RT_0}{4}$

    (e) $\frac{7RT_0}{2}$

Solução:

Sabemos que para um gás ideal, $c_v = \frac{3R}{2}$, portanto:

$$\Delta U = n\frac{3R}{2}\Delta T$$

Por outro lado, se o volume é constante, $\frac{P_0}{T_0} = \frac{P_f}{T_f}$, então:

$$\frac{P_0}{T_0} = \frac{\frac{P_0}{2}}{T_f} \Rightarrow T_f = \frac{T_0}{2} \Rightarrow \Delta T = -\frac{T_0}{2}$$

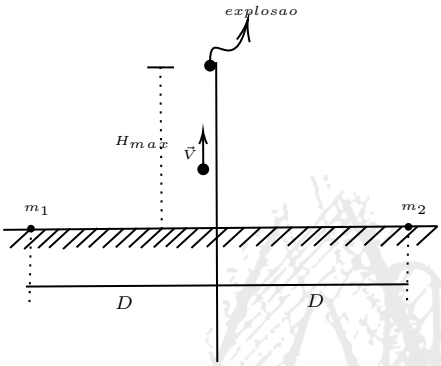
Logo:

$$\boxed{\Delta U = -\frac{15RT_0}{4}}$$

Resposta: d) $-\frac{-15NRT_0}{4}$

12. **(1 ponto)** Um projétil lançado verticalmente para cima explode no ponto de altura máxima, se dividindo em duas partes de massas $m_1 = 3kg$, $m_2 = 6kg$. As duas partes atingem o chão a iguais distâncias de onde foram lançadas, com uma diferença de tempo de 4 segundos.

    Determine a altura na qual o projétil original explodiu.



(a) $50m$

(b) $100m$

(c) $150m$

(d) $200m$

(e) $250m$

Solução:

Utilizando a conservação do momento do sistema, podemos afirmar que o momento antes da explosão é igual ao momento depois da explosão. Considerando as massas das duas partes como $m_1 = 3, \text{kg}$ e $m_2 = 6, \text{kg}$, temos a equação de conservação de momento:

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

Substituindo as massas dadas, obtemos:

$$3v_1 = 6v_2$$

Dividindo ambos os lados da equação por 3, obtemos:

$$v_1 = 2v_2$$

Agora, vamos considerar o movimento da segunda partícula após a explosão. Podemos dividir a velocidade em componentes horizontal e vertical. Na componente horizontal, a partícula se

move com velocidade constante, portanto, a distância percorrida em x é dada por $v_x(t+4)$, onde $t+4$ é o tempo desde a explosão. Como a primeira partícula atinge o chão após 4 segundos, podemos escrever a equação:

$$v_x(t+4) = 2v_x t$$

relacionando as velocidades horizontais das duas partículas. Isolando o tempo da equação, encontramos que $t = 4$.

Agora, vamos considerar a altura da primeira partícula. Utilizamos a equação de altura:

$$h = -v_y t + \frac{1}{2}gt^2$$

onde v_y é a componente vertical da velocidade, g é a aceleração devido à gravidade e t é o tempo. Nesse caso, a componente vertical da velocidade é negativa, pois a partícula está subindo. Substituindo $t = 4$ segundos, encontramos a altura da primeira partícula em termos de g.

Para a segunda partícula, que tem uma velocidade vertical duas vezes maior, utilizamos a equação:

$$h = 2v_y(t+4) + \frac{1}{2}g(t+4)^2$$

Novamente, substituímos $t = 4$ segundos para encontrar a altura da segunda partícula em termos de g, resultando em um sistema de duas equações.

Somando as duas equações, obtemos:

$$2h = 40g$$

Consequentemente, a altura do ponto de explosão é dada por:

$$h = 200, \mathrm{m}$$

Resposta: d)200m

13. **(1 ponto)** Em um estudo avançado sobre o comportamento acústico de aeronaves, nos deparamos com um cenário fascinante: um avião voando horizontalmente a uma velocidade constante V. Enquanto isso, um observador curioso aguarda o momento em que ouvirá o som característico da aeronave. Surpreendentemente, o observador percebe o som T segundos após o avião ter passado sobre sua cabeça. Levando em consideração que a velocidade do som no ar é C, determine a altura H na qual o avião estava voando.

    (a) H = VT

    (b) H = VCT

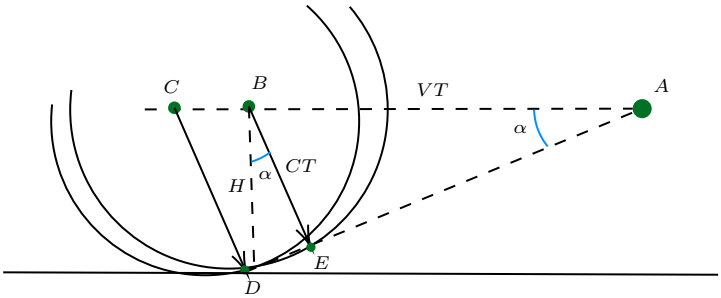
    (c) H = $\frac{CT}{\sqrt{1-\frac{C^2}{V^2}}}$

    (d) H =T(V-C)

(e) H = $\frac{VT}{C}$

Solução:

Para começar o problema, devemos perceber, que nesta situação, o avião está se locomovendo mais rápido que o som. Quando o avião ultrapassou a velocidade do som, ele formou um cone de mach, logo, podemos começar descrevendo a geometria do nosso problema desenhando as envoltórias das ondas sonoras:



O ponto D descreve a posição do observador no solo, e quando o som pode ser percebido pelo observador, o avião está no ponto A.

Pela nossa definição, o observador ouvirá o som emitido no ponto C, mas, do enunciado, podemos concluir que a distância BA que o avião percorreu durante o intervalo de tempo é de BA=VT. Usando esse mesmo raciocínio, uma onda gerada num ponto B logo acima do observador, percorre uma distância CT até o ponto E.

Com essas informações, podemos obter o ângulo α em DBE, e em BAE.

Podemos perceber também que o triângulo DBE é retângulo, já que CT incide perpendicularmente à nossa reta definida, logo, podemos usar o teorema de pitágoras para definir o valor de DE:

$DE = \sqrt{H^2 - C^2T^2}$

E já que $\operatorname{sen}\alpha = \frac{DE}{\alpha}$ $\operatorname{sen}\alpha = \frac{\sqrt{H^2+C^2T^2}}{H}$

E do triângulo maior, é facil ver que $\operatorname{sen}\alpha = \frac{C}{V}$ Logo, igualando as duas expressões, encontramos que:

$$\boxed{H = \frac{CT}{\sqrt{1-\frac{C^2}{V^2}}}}$$

Resposta: c)$H = \frac{CT}{\sqrt{1-\frac{C^2}{V^2}}}$

14. **(1 ponto)** Um corpo de massa inicial M é lançado verticalmente para cima a partir do solo, sofrendo uma diminuição de massa significativa em função do tempo. Considerando que a resistência do ar seja desprezível e que a aceleração da gravidade seja constante, qual das alternativas a seguir descreve corretamente o comportamento desse corpo?

(a) O corpo atinge uma altura máxima e depois retorna ao solo em queda livre.

(b) O corpo atinge uma altura máxima, mas não retorna ao solo.

(c) O corpo continua a subir indefinidamente, atingindo altitudes cada vez maiores.

(d) O corpo atinge uma altura máxima e depois retorna ao solo com uma velocidade constante.

(e) O corpo não consegue atingir uma altura máxima devido à diminuição de massa.

Solução:

Quando um corpo é lançado verticalmente para cima, ele sofre a ação da força gravitacional, que o atrai de volta ao solo. No entanto, se a massa do corpo diminui com o tempo, sua aceleração também diminuirá de acordo com a Segunda Lei de Newton ($F = ma$), resultando em uma velocidade ascendente menor. Isso significa que a velocidade diminuirá gradualmente até que, eventualmente, se torne zero. No entanto, o corpo continuará a subir devido à inércia, atingindo altitudes cada vez maiores.

É importante lembrar que, na ausência de outras forças externas significativas, como a resistência do ar, a gravidade é a única força atuando sobre o corpo e sua aceleração é constante. Portanto, mesmo com a diminuição da massa, o corpo continuará a subir indefinidamente, embora a velocidade de subida diminua ao longo do tempo.

Resposta: c) O corpo continua a subir indefinidamente, atingindo altitudes cada vez maiores

15. **(1 ponto)** Um objeto é lançado horizontalmente em uma trajetória parabólica e cai em um calorímetro ideal. Enquanto o objeto está em movimento, ele é aquecido constantemente por uma fonte de calor dentro do calorímetro. Considere as seguintes afirmações sobre esse sistema:

(I) O calorímetro medirá corretamente a variação de temperatura do objeto, fornecendo uma medida precisa do calor absorvido.

(II) A velocidade do objeto não afetará a quantidade de calor absorvido durante seu movimento.

(III) A trajetória parabólica do objeto não será afetada pelo aquecimento constante.

A partir das afirmações acima, assinale a alternativa correta:

(a) Apenas a afirmação I está correta.

(b) Apenas a afirmação II está correta.

(c) Apenas a afirmação III está correta.

(d) Apenas as afirmações I e II estão corretas.

(e) Apenas as afirmações II e III estão corretas.

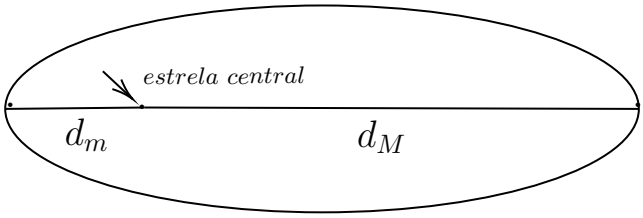
Solução:

- A afirmação I está correta. Um calorímetro ideal é capaz de medir com precisão a variação de temperatura do objeto, fornecendo uma medida precisa do calor absorvido. Isso ocorre porque o calorímetro é projetado para minimizar as perdas de calor para o ambiente externo e restringir o sistema termicamente.
- A afirmação II está incorreta. A velocidade do objeto afeta a quantidade de calor absorvido durante seu movimento. À medida que a velocidade aumenta, a taxa de transferência de calor do objeto para o calorímetro também aumenta.
- A afirmação III está incorreta. O aquecimento constante do objeto pode afetar sua trajetória parabólica. O aumento da temperatura pode alterar as propriedades físicas do objeto, como sua massa ou coeficiente de arrasto, o que pode influenciar sua trajetória.

Logo, concluímos que apenas a primeira afirmação está correta.

Resposta: a) Apenas a afirmação I está correta.

16. A Lei das Órbitas de Kepler descreve o movimento dos corpos celestes em torno de uma estrela central. Essa lei estabelece que as órbitas planetárias são elipses, com a estrela localizada em um dos focos da elipse. Além disso, a lei afirma que a velocidade de um planeta em sua órbita varia de acordo com sua posição, de forma que a área varrida pelo raio vetor que liga o planeta à estrela é constante em intervalos de tempo iguais.



Considere que em um sistema planetário, o planeta A possui uma órbita elíptica em torno de sua estrela central. A distância mínima e máxima de A até a estrela central está representada por d_m e d_M, respectivamente, na figura acima. Determine o semieixo maior da órbita do planeta A em função das velocidades orbitais máxima e mínima do planeta, e do período P de sua órbita.

(a) $a = \frac{P^2 V_M}{V_m 4\pi^4}$

(b) $a = (\sqrt{V_M V_m})\frac{P^2}{V_M - V_m}$

(c) $a = P\frac{\sqrt{V_M V_m}}{2\pi}$

(d) $a = (\sqrt{V_M V_m})\frac{P}{V_M + V_m}$

(e) $a = \frac{P}{2\pi}\sqrt{\frac{V_M}{V_m}}$

Solução:

Sabemos que a energia mecânica numa órbtita elíptica é dada por $-\frac{GMm}{2a}$. Usando isso para conservar a energia do nosso sistema, podemos encontrar que:

$$-\frac{GMm}{2a} = \frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r}$$

Logo, podemos encontrar os valores da velocidade da órbita em função de seu raio:

$$v^2 = GM(\frac{2}{r} - \frac{1}{a})$$

Mas, como queremos os resultados em função das velocidades máximas e mínimas, iremos tratar das posições do periastro e apoastro, que são dadas por a(1-e) e a(1+e), respectivamente.

Substituindo na expressão encontrada, teremos para as velocidades máxima e mínima:

$$V_M^2 = GM(\frac{2}{a(1-e)} - \frac{1}{a}) = \frac{GM}{a}\frac{(1+e)}{(1-e)}$$

$$V_m^2 = GM(\frac{2}{1+e}) - \frac{1}{a}) = \frac{GM}{a}\frac{(1-e)}{(1+e)}$$

Temos também, da terceira lei de Kepler, que:

$$\frac{P^2}{4\pi^2} = \frac{a^3}{GM}$$

$$GM = \frac{4\pi^2 a^3}{P^2}$$

Substituindo o valor de GM nas expressões encontradas para as velocidades, e as multiplicando, teremos:

$$V_m V_M = \frac{GM}{a} = \frac{4\pi^2 a^3}{P^2}\frac{1}{a}$$

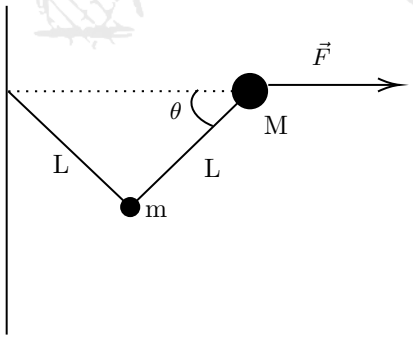
Logo, encontramos que;

$$a = P\frac{\sqrt{V_M V_m}}{2\pi}$$

Resposta: c) $a = P\frac{\sqrt{V_M V_m}}{2\pi}$

17. Um fio inextensível está fixado em uma parede em uma extremidade, e na outra extremidade está conectado a uma massa m. Além disso, a massa m está ligada a uma outra massa M por meio de outro fio inextensível. A massa M é puxada com uma força F no sentido oposto à parede, formando um ângulo θ com a horizontal. O objetivo é alinhar horizontalmente os dois fios inextensíveis de comprimento L.

    Sabendo que inicialmente a massa M possui uma velocidade de V_0 devido à força aplicada, determine a velocidade inicial da massa m.



(a) $\left(\frac{4FL(1-\cos\theta)}{m} - \frac{MV_0^2}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$

(b) $\left(\frac{2FL(1-\cos\theta)}{m} - \frac{MV_0^2}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$

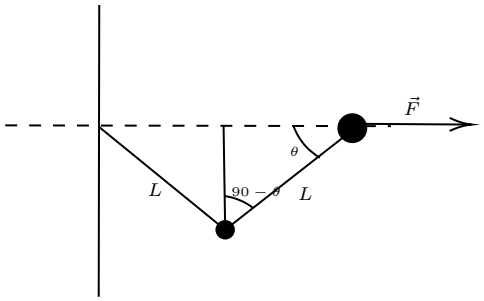
(c) $\left(\frac{4FL(1-\cos\theta)}{m} + \frac{MV_0^2}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$

(d) $\left(\frac{2FL(1-\cos\theta)}{m} + \frac{MV_0^2}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$

(e) $\left(\frac{MV_0^2}{m} - 2FL(1-\cos\theta)\right)^{\frac{1}{2}}$

Solução:

Primeiramente, podemos começar analisando a geometria do problema. Percebendo que os comprimentos L são iguais, podemos traçar uma linha entre os dois e formar dois triângulos retângulos, cada um de angulos theta e 90-theta:



Com isso, podemos dizer chamar o cateto da base do triângulo de x, e dizer que:

$$\operatorname{sen} 90 - \theta = \frac{x}{L}$$
$$\cos\theta = \frac{x}{L}$$
$$x = \cos\theta L$$

Já que ambos os triãngulos retângulos formados são iguais, podemos concluir que a distância inicial entre a massa M e a parede é de $2\cos\theta L$

Da definição de trabalho, sabemos que o trabalho é o produto entre a força e o deslocamento. Em nosso sistema, a posição final ocorre no alinhamento horizontal das duas massas, ou seja, quando a massa M estiver a uma distância de 2L da parede. Apenas aplicando isso, e definindo o deslocamento, podemos escrever que:

$$W = F(2L - 2L\cos\theta$$

Com o valor do trabalho, sabemos que pelo teorema do trabalho e energia, esse trabalho será a variação da energia cinética do sistema.

No início do movimento, temos a massa M com uma velocidade dada, e a m com a que queremos descobrir, como no final, já que estamos falando de um sistema ideal, ambas as velocidades são nulas, então podemos escrever que:

$$F(2L - 2L\cos\theta = (\frac{mv^2}{2} + \frac{MV_0^2}{2}) - 0$$

Logo, isolando o valor de v, encontramos que:

$$v = \left(\frac{4FL(1-\cos\theta)}{m} - \frac{MV_0^2}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{1}$$

Resposta: a)$v = \left(\frac{4FL(1-\cos\theta)}{m} - \frac{MV_0^2}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$

18. A transmissão de calor em estrelas, como o Sol, segue os mesmos princípios básicos que qualquer outro processo de transmissão de calor, mas em uma escala muito maior. A temperatura na superfície do Sol pode chegar a impressionantes 16 milhões de graus Celsius.

    A potência emitida por uma estrela, de acordo com a lei de Stefan-Boltzmann, pode ser calculada usando a fórmula:

$$W = \epsilon \sigma A T^4$$

    Nessa fórmula, ϵ representa a emissividade da estrela, σ é a constante de Stefan-Boltzmann, A é a área da estrela e T é sua temperatura.

    Agora, vamos considerar um cenário diferente. Suponha que temos um avião com massa de 276800 kg, que precisa ser acelerado de 0 m/s até 320 m/s em um período de 14 minutos.

    Determine, aproximadamente, a fração da potência do sol que seria necessária para fazer o avião atingir essa velocidade.

    (a) 2.34×10^{-17}
    (b) 6.72×10^{-18}
    (c) 1.25×10^{-16}
    (d) 8.96×10^{-17}
    (e) 4.40×10^{-17}

Solução:

Primeiro, vamos converter o tempo de aceleração para segundos:

$$14 \text{ minutos} = 14 \times 60 = 840 \text{ segundos}$$

Agora, podemos calcular a potência necessária para acelerar o avião. Vamos usar a fórmula da potência média:

$$\text{Potência média} = \frac{\text{Trabalho total}}{\text{Tempo total}}$$

O trabalho total é dado pela variação da energia cinética do avião:

$$\text{Trabalho total} = \Delta\text{Energia Cinética} = \frac{1}{2} \times \text{massa} \times (\text{velocidade final}^2 - \text{velocidade inicial}^2)$$

Substituindo os valores fornecidos na questão:

Massa do avião (m) = 276800 kg Velocidade inicial (v_0) = 0 m/s Velocidade final (v) = 320 m/s

Calculando o trabalho total:

$$\text{Trabalho total} = \frac{1}{2} \times 276800\,\text{kg} \times (320\,\text{m/s})^2 - (0\,\text{m/s})^2$$

$$\text{Trabalho total} = \frac{1}{2} \times 276800\,\text{kg} \times 102400\,\text{m}^2/\text{s}^2$$
$$\text{Trabalho total} = 14,080,000,000\,\text{J}$$

Agora, vamos determinar a potência média:

$$\text{Potência média} = \frac{\text{Trabalho total}}{\text{Tempo total}}$$
$$\text{Potência média} = \frac{14,080,000,000\,\text{J}}{840\,\text{s}}$$
$$\text{Potência média} = 16,762,000\,\text{W}$$

Para determinar a fração da potência emitida pelo Sol necessária, precisamos comparar a potência média necessária com a potência total emitida pelo Sol.

A potência total emitida pelo Sol é extremamente alta e varia ao longo do tempo. No entanto, uma estimativa média para a potência total do Sol é de aproximadamente 3.8×10^{26} watts.

A fração da potência emitida pelo Sol necessária para acelerar o avião é, portanto:

$$\text{Fração} = \frac{\text{Potência média necessária}}{\text{Potência total do Sol}}$$
$$\text{Fração} = \frac{16,762,000\,\text{W}}{3.8 \times 10^{26}\,\text{W}}$$
$$\text{Fração} \approx 4.41 \times 10^{-17}$$

Portanto, a fração da potência emitida pelo Sol necessária para acelerar o avião é de aproximadamente 4.41×10^{-17}.

Resposta: e) 4.40×10^{-17}

19. Um tanque contém um líquido cuja superfície está coberta por uma fina camada de óleo. Ao aquecer uma região específica da superfície do líquido, é observado um fluxo ascendente do óleo ao redor da região aquecida. Esse fenômeno é conhecido como "upstream flow"ou fluxo contra a correnteza.

    O efeito Marangoni desempenha um papel fundamental nesse fenômeno. Ele é definido como a migração de um líquido causada por gradientes de tensão superficial. O efeito Marangoni ocorre porque a tensão superficial de um líquido diminui com o aumento da temperatura. Assim, quando uma região da superfície do líquido é aquecida, a sua tensão superficial diminui em relação às regiões vizinhas, criando um gradiente(variação) de tensão superficial. Considere as seguintes afirmações sobre o fenômeno:

    (I) O fenômeno pode ocorrer com partículas leves, como flocos de glitter

    (II) O upstream flow ocorre independentemente de haver ou não óleo no líquido, sendo o óleo apenas uma forma para visualizar o fenômeno.

    (III) Existem outras formas de causar esse fluxo ascendente além de aquecer o líquido.

    Assinale a alternativa correta:

    (a) Apenas a afirmação I e II está correta.

(b) Apenas a afirmação I está correta.

(c) Todas as alternativas estão erradas.

(d) Apenas a afirmação II está correta.

(e) Todas as alternativas estão corretas.

Solução:

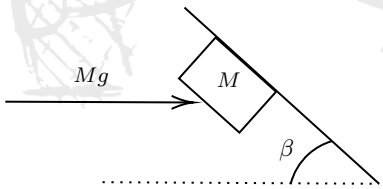
(I) Verdadeiro, o fenômeno pode acontecer com partículas leves como glitter e chá. A formação desse fluxo não está restrita a transporte de líquidos, porque não faria sentido físico.

(II) Verdadeiro. O óleo é apenas uma forma de visualização do fenômeno, tendo em vista que o fenômeno depende apenas do aquecimento, e se não houvesse aquecimento, mas houvesse óleo, ele não aconteceria.

(III) Verdadeiro. O fenômeno, como descrito no enunciado, ocorrer por conta de um gradiente de tensão sueprficial, que pode ser causado por diversas fontes, como por exemplo, quando um líquido é despejado em cima de outro, deixando a ligação entre as moléculas mais fraca, adição de um solvente, dentre outros. (Recomendação: dêem uma olhada no problema 10 da IYPT de 2022, é bem interessante e trás vários insights sobre o tema:))

Resposta: e) Todas as alternativas estão corretas.

20. Um bloco de massa M é colocado num plano inclinado posicionado de cabeça para baixo fazendo um ângulo β com a horizontal. Uma força de módulo Mg é aplicada horizontalmente no bloco, como mostra a figura. Assuma que o atrito entre o bloco e o plano é grande o suficiente para que o bloco permaneça em repouso. Se o coeficiente de atrito estático entre o bloco e o plano é μ, para quais valores de ângulos de β o bloco permanece em repouso?



(a) $\frac{\mu-1}{\mu+1} \leqslant \tan\beta$

(b) $\tan\beta \leqslant \frac{\mu+1}{\mu-1}$

(c) $\frac{\mu-1}{\mu+1} \geqslant \tan\beta$

(d) $\tan\beta \geqslant \frac{\mu+1}{\mu-1}$

(e) $\frac{\mu+1}{\mu-1} = \tan\beta$

Solução:

Para analisar esse problema, podemos quebrá-lo em duas componentes em relação ao plano, uma perpendicular, e outra paralela.

Equilibrando as forças, e tomando o sentido para cima do plano como positivo, podemos escrever que:

$$F_{at} = Mg\,\text{sen}\,\beta + Mg\cos\beta$$
$$N = Mg\,\text{sen}\,\beta - Mg\cos\beta$$

Com essas duas equações e o coeficiente de atrito em mãos, podemos concluir, que para a situação de equilíbrio acontecer, precisamos de $|F_{at} \leqslant \mu N$

Logo, substituindo os valores na inequação, teremos:

$$Mg(\text{sen}\,\beta + \cos\beta) \leqslant \mu Mg(\text{sen}\,\beta - \cos\beta)$$

Então, chegamos ao intervalo de:

$$\frac{\mu+1}{\mu-1} \leqslant \tan\beta$$

Resposta: b)$\frac{\mu+1}{\mu-1} \leqslant \tan\beta$