



IPhO
Estonia 2012



1ª Prova de Seleção para as Olimpíadas Internacionais de Física 2012
Candidatos do 2º Ano classificados na OBF 2011

Sábado, 11 de Fevereiro de 2012

Por favor, leia as instruções antes de iniciar a prova:

1. O tempo disponível para a prova é de 4 horas. A prova tem 3 questões.
2. Utilizar apenas caneta.
3. Utilize apenas o lado da frente das folhas de papel fornecidas para resposta.
4. Iniciar cada questão numa folha de resposta em branco, colocando seu nome, o número da questão e o número da folha correspondente. Inicie uma nova numeração para cada questão.
5. Se houver resultados numéricos, estes devem ser escritos com o número de algarismos significativos apropriado, conforme indicado no problema. Não se esqueça de indicar as unidades.
6. Escrever nas folhas de resposta tudo o que considerar relevante para a resolução da questão. Utilize o mínimo de texto possível, devendo exprimir-se, sobretudo com equações, números, figuras e gráficos.
7. Nas folhas de rascunho e nas folhas que você não quiser levar em consideração na correção, faça um grande X na sua face.
8. Ao final da prova, organize todas as folhas de resposta de cada problema na seguinte ordem:
 - Folhas de resolução utilizadas em ordem;
 - As folhas que você não quer utilizar e marcadas com um X;
 - Caderno de questões.

Nome:	
e-mail:	
Nº e tipo de Documento de Identificação:	
Nome da Escola:	
Cidade:	Estado:
Assinatura:	Telefone:

1 Pêndulos Acoplados (35 pontos)

Neste problema estamos interessados em analisar um conjunto de três pêndulos simples acoplados entre si por cordas ou fios tensionados, como será indicado adiante. A Figura 1 indica os três pêndulos, constituídos de hastes rígidas de massa desprezível, com massas pontuais m situadas em suas extremidades e ligados por molas de constante elástica k , num local onde a aceleração gravitacional é g . Cada massa dista de sua vizinha por uma distância d , e o comprimento dos fios é L . Na figura também estão indicados possíveis eixos cartesianos que poderão ser utilizados na solução do problema.

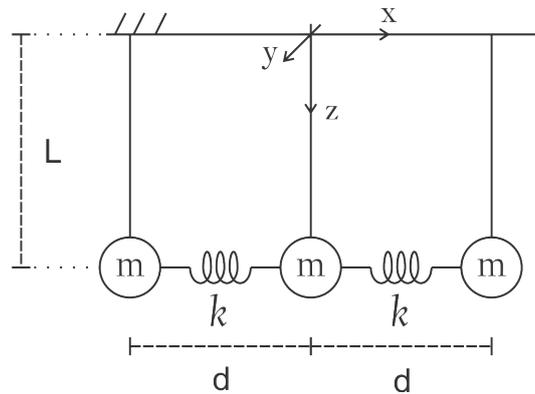


Figura 1: Pêndulos simples acoplados

(a) Determine o maior número de *graus de liberdade* do sistema indicado acima, descrevendo-os claramente.

É possível mostrar que se as massas executarem pequenas oscilações em torno do equilíbrio, cada um dos graus de liberdade contribui com uma frequência angular ω característica. Essas frequências angulares são chamadas de *frequências normais de vibração* do sistema, e a cada uma está associada um perfil de vibração característico, que é chamado de *modo normal de vibração*.

(b) Para o sistema indicado na Figura 1 com molas ligando as massas, determine as frequências normais de vibração caso o sistema seja articulado para se movimentar somente no eixo x . Quantos e quais são os modos neste caso?

(c) Considerando agora que as molas sejam trocadas por fios ideais tracionados por uma tração T , e que as hastes estão articuladas de forma que as massas só possam se movimentar no eixo y , determine os modos normais de vibração do sistema. Quantos e quais são os modos neste caso?

2 Corda Presa (35 pontos)

Imagine que, num local onde a aceleração gravitacional é g , uma massa pontual M esteja ligada à extremidade de uma corda muito longa cuja densidade linear de massa é μ . A massa é lançada, a partir do solo, na direção vertical, para cima, com uma velocidade inicial v_0 .

(a) Escreva a força resultante sobre a massa M e a parte da corda que está no ar, quando a última tem comprimento y . Esboce uma figura para ilustrar sua solução.

(b) Escreva a expressão do momento do conjunto descrito no item (a) em termos dos dados anteriores e da velocidade v da massa M .

(c) Escreva a 2^a lei de Newton para o sistema dado. Faça a seguinte truque

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dy} \frac{dy}{dt} = v \frac{dv}{dy} \quad (1)$$

e escreva o resultado obtido.

(d) Multiplicando o resultado final obtido no item anterior por $(M + \mu y)$, obtenha uma lei de conservação que relacione a velocidade v e a altura y da massa M , a menos de uma constante de integração.

(e) Aplicando as condições iniciais dadas no problema, obtenha uma expressão para a altura máxima H atingida pela massa M .

(f) Compare o resultado com aquele obtido por conservação da energia. Porque não podemos utilizar a conservação da energia neste caso?

3 Uma Troca de Calor Diferente (30 pontos)

Imagine um corpo ideal, que não muda sua massa ou volume, que possui capacidade térmica dada por

$$C(T) = aT^n \quad (2)$$

onde a é uma constante e T é a temperatura do corpo.

(a) No caso em que $n = 0$, ou seja, a capacidade térmica do corpo é constante, mostre que sua energia interna $U(T)$ e sua função entropia $S(T)$ são dadas por

$$\begin{aligned} U(T) &= U_0 + aT \\ S(T) &= S_0 + a \ln(T) \end{aligned} \quad (3)$$

onde U_0 e S_0 são constantes de integração.

(b) Se dois corpos desse tipo, um à temperatura inicial T_1 e outro à temperatura T_2 , forem colocados em contato e levados ao equilíbrio térmico, determine qual a maior quantidade de trabalho possível que pode ser retirada do sistema.

A partir de agora considere o caso em que $n \neq 0$.

(c) Determine a função entropia $S(T)$ e a função energia interna $U(T)$ para o sistema neste caso.

(d) Caso dois corpos como esse, um à temperatura T_1 e outro à temperatura T_2 , sejam postos em contato até atingir o equilíbrio térmico, qual a maior quantidade de trabalho que pode ser retirada desse sistema?