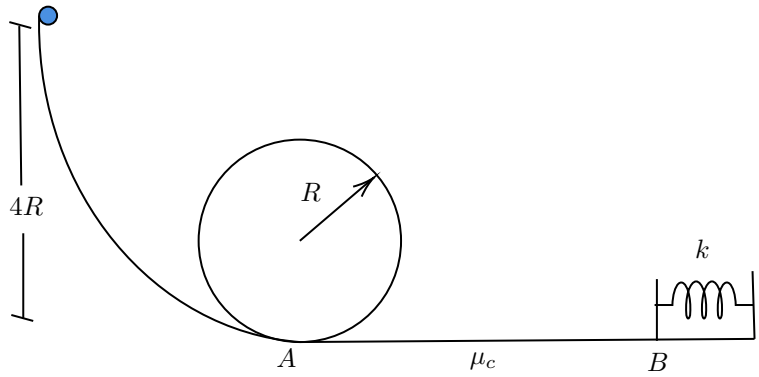
Solução Simulado OBF Nível 1

Departamento de Física

Autores:

- Q1: Thiago Brasileiro
- Q2: Thiago Brasileiro
- Q3: Thiago Brasileiro
- Q4: Thiago Brasileiro
- Q5: Mateus Freitas
- Q6: Mateus Freitas
- Q7: Mateus Freitas
- Q8: Mateus Freitas

Questão 1 Uma bolinha é abandonada do repouso de uma altura 4R em relação ao solo. Ela encontra um looping, que não contém atrito. Ao sair do looping, encontra uma superfície rugora que possui comprimento d e vai de A até B. Após passar pela área rugosa, a bolinha se depara novamente com um solo liso mas com uma mola de coeficiente k. Assim sendo, encontre:



(a) A deformção máxima da mola (Δx).

(b) A distância total percorrida pela bolinha até ela parar sabendo que o ângulo que a bolinha compreende do início até o ponto A vale 90◦.

Solução:

a) Para solucionarmos o problema, iremos utilizar uma conservação de energia. Mas o sistema não é dissipativo? Sim! Mas atente-se que a energia nunca se perde. A energia não é criada e destrúida, ela é tranforma em outras formas. A exemplo disso, a energia cinética do movimento das hélices numa estação de energia eólica, é transformada em energia elétrica que chega até sua casa. Aqui, a energia potencial graviatcional inicial se transformará em energia potencial elástica e na ennergia dissipada pela força de atrito. Veja:

$$E_{inicial} = E_{final}$$

$$mg4R = \mu mgd + \frac{k\Delta x^2}{2}$$

Onde $mg4R$ representa a energia potencial gravitacional, μmgd o módulo da energia dissipada pelo atrito e $\frac{k\Delta x^2}{2}$ a energia potencial da mola. Isolando ΔX e desprezando a solução negativa, chegaremos:

$$\frac{k\Delta x^2}{2} = mg(4R - \mu d)$$

$$\Delta x^2 = \frac{2mg(4R - \mu d)}{k}$$

$$\boxed{\Delta x = \sqrt{\frac{2mg(4R - \mu d)}{k}}}$$

b) A distância total percorrida será:

$$4R\frac{\pi}{2} + 2\pi R + d + \Delta x$$

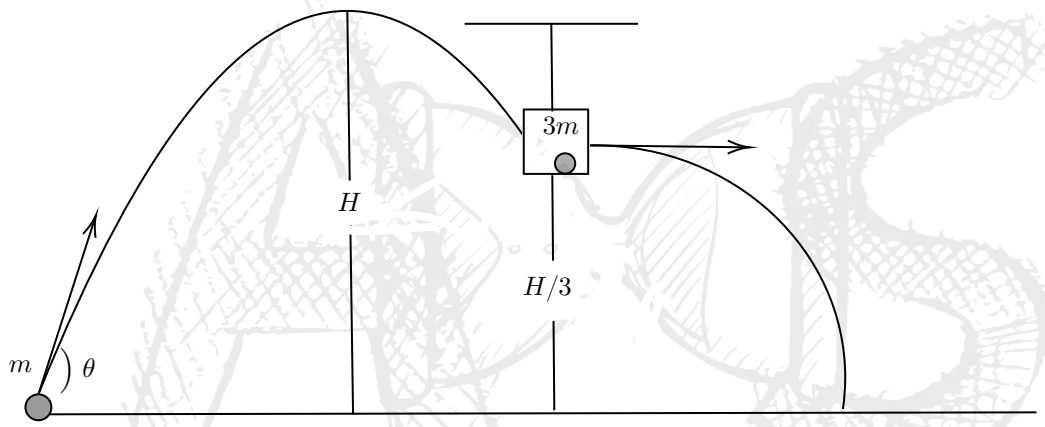
$$\boxed{4\pi R + d + \sqrt{\frac{2mg(4R - \mu d)}{k}}}$$

Resposta:

$$\boxed{\Delta x = \sqrt{\frac{2mg(4R - \mu d)}{k}}}$$

$$\boxed{4\pi R + d + \sqrt{\frac{2mg(4R - \mu d)}{k}}}$$

Questão 2 Um corpo de massa m é lançado obliquoamente com um ângulo theta (θ). Ao alcançar um altura de dois terços da altura máxima (H), o corpo entra em um dispositivo que para a bolinha de massa m e a lança horizontalmente em direção a um corpo de massa 3m com um velocidade igual a 2 vezes a velocidade inicial de lançamento. Sabendo que a colisão dos corpos é inelástica e que não há forças dissipativas, determine:



(a) Ache a velocidade inical de lançamento em função de θ, H e g

(b) Qual o ancance horizontal total percorrido? Antes e depois da colisão.

Solução:

a) Lembrando que a altura máxima de um projétil em um lançamento oblíquo é:

$$H_{max} = \frac{V_0^2 \operatorname{sen}(\theta)^2}{2g}$$

Pela imagem, é fácil extrair que H é a altura máxima. Isolando V_0^2 temos:

$$V_0^2 = \frac{2gH}{\operatorname{sen}(\theta)^2}$$

$$\boxed{V_0 = \sqrt{\frac{2gH}{\operatorname{sen}(\theta)^2}}}$$

b) O alcance horizontal máximo é a ditância percorrida, inicialmente, pela bolinha de massa m até encontrar a de massa 3m somada com a distância que as duas bolinhas percorrem juntas no

lançamento vertical. Lembrando da equação da trajetória, podemos achar a primeira distância em função da altura dada ($\frac{H}{3}$). Veja:

$$y = \tan(\theta)x - \frac{gx^2}{2V_0^2\cos(\theta)^2}$$

Substituindo $y = \frac{H}{3}$ e pegando a solução que fornece o maior x (pegaremos essa solução pois existem 2 pontos em que a altura é $\frac{H}{3}$ mas pela figura, é fácil ver que a bolinha já passou da altura máxima, assim devemos pegar o maior x pois o menor x estaria antes, ou seja, à esquerda do ponto de altura máxima.),temos:

$$\frac{H}{3} = \tan(\theta)x - \frac{gx^2}{2V_0^2\cos(\theta)^2}$$

$$\frac{gx^2}{2V_0^2\cos(\theta)^2} - \tan(\theta)x + \frac{H}{3} = 0$$

Substituindo V_0^2, temos:

$$\frac{g\tan(\theta)^2x^2}{4H} - \tan(\theta)x + \frac{H}{3} = 0$$

Resolvendo a equação e pegando a maior solução, encontraremos:

$$x = \frac{2H}{\tan(\theta)}(1 + \frac{\sqrt{6}}{3})$$

Para achar o deslocamento no lançamento horizontal das duas massas, precisamos fazer a conservação do momento para achar a velocidade de lançamento das massas. O enunciado nos diz que, ao chegar no equipamento, a bola de massa m é lançada com velocidade $2V_0$ em direção à massa 3m, que está em repouso. Assim, temos:

$$2mV_0 = 4mV$$
$$V = \frac{V_0}{2}$$

A velocidade é a metade da velocidade inicial do lançamento oblíquo. Sabendo que o tempo de queda é dado por $t_q = \sqrt{\frac{2H}{3g}}$ (A altura é $\frac{H}{3}$ e a gravidade vale g).

$$x_h = t_qV$$

Onde x_h é o alcance horizontal do lançamento horizontal.

$$\boxed{x_h = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2H}{3g}}\sqrt{\frac{2gH}{\operatorname{sen}(\theta)^2}}}$$

$$\boxed{x_h = \frac{H\sqrt{3}}{3\operatorname{sen}(\theta)}}$$

Assim, o deslocamento total é:

$$\boxed{x_t = \frac{2H}{\tan(\theta)}(1 + \frac{\sqrt{6}}{3}) + \frac{H\sqrt{3}}{3\operatorname{sen}(\theta)}}$$

Resposta:

$$\boxed{V_0 = \sqrt{\frac{2gH}{\operatorname{sen}\theta^2}}}$$

$$\boxed{x_t = \frac{2H}{\tan(\theta)}(1 + \frac{\sqrt{6}}{3}) + \frac{H\sqrt{3}}{3\operatorname{sen}(\theta)}}$$

Questão 3 Julius é um astronauta apaixonado por física. Durante uma de suas missões, o filme Oppenheimer, longa extremamente aguardado por Julius, é lançado para streaming. Visando assitir o filme em sua tv cuja potência vale $360W$, ele precisa armazenar a energia gasta pela TV por meio de Placas solares, que são acionadas manualmente. Sabendo que o filme demora 3 horas, que sua aeronave possui duas placas solares, cada uma com 20 cm de comprimento e 3 cm de altura e que o sol irradia luz que oferece uma intensidade de $60\frac{MW}{m^2}$, determine o tempo mínimo para que as placas devem permanecer acionadas para que Julius consiga assitir ao filme por inteiro.

Solução:

Para saber a energia requerida pela tv, utilizaremos os conceitos de potência:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

$$\Delta E = P\Delta t$$

Substituindo pelos dados fornecidos, temos que:

$$\Delta E = 3888000J$$

Essa energia deve ser a captada pelas placas solares. Sabendo a intendisdade da luz solar, iremos multiplicar pela área da placa para achar a potência e por fim, isolar o tempo. Veja:

$$P = I_{sol}.S_{placa}$$

substituindo pelos valores dados temos que e lembrando que são 2 placas, acharemos a potência para 1 placa e assim o tempo necessário de exposição, que ao fim deve ser dividio por 2.

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t_{placa}} = 360000W$$

$$\Delta t = \frac{3888000}{360000} = 10.8$$

Como são duas placas o tempo de exposição necessário deve ser $\frac{t}{2}$

$$\boxed{t = 5.4s}$$

Resposta:

$$\boxed{t = 5.4s}$$

Questão 4 Uma esfera, de raio inicial $R_0 = 50cm$ passa por uma superfície rugosa que o faz perder sua energia cinética, que é transformada em calor,que é utilizado para aquecê-la e provocar sua dilatação. Sabendo que a massa da esfera é de 250g, sua velocidade inicial vale $250\frac{m}{s}$, que o coeficiente

de atrito entre a bolinha e o solo vale $\mu = 0,75$, que o coeficiente de dilatação linear da esfera vale $\alpha = 5.10^{-3} m^{-1} \circ C^{-1}$ e a capacidade térmica da bolinha vale 250 J/Kg $\circ C, determine$:

(a) Determine a distância percorrida até a bola parar.

(b) Determine o volume final da esfera. (Considere $\pi = 3$)

Solução:

a) Por conservação de energia, chegamos em:

$$\frac{mv^2}{2} = mg\mu d$$

$$\boxed{d = \frac{v^2}{2g\mu} = 4166,7m}$$

b) O calor dissipado pela força de atrito ira aquecer a bolinha que gerará a sua dilatação. Toda a energia cinética será tranformada em calor.

$$E_{cin} = \frac{mv^2}{2} = 7812,5J$$

$$E_{cin} = Q = mc\Delta T$$

$$\Delta T = \frac{E_{cin}}{mc}$$

substituindo pelos valores dados

$$\Delta T = 125 \circ C$$

A equação de dilatação do volume é dado por:

$$V = V_0(1 + 3\alpha\Delta T)$$

O volume inicial é o volume da esfera de raio 50 cm. Lembrando que o volume de uma esfera é dado por:

$$V = \frac{4\pi R^3}{3}$$

Substituindo pelos valores fornecidos, chegaremos que:

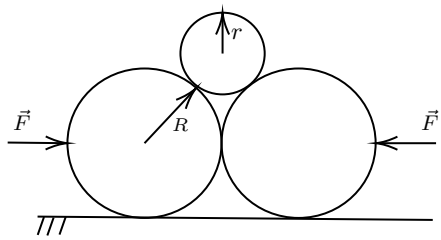
$$\boxed{V = 1,4375m^3}$$

Resposta:

$$\boxed{d = 4166,7m}$$

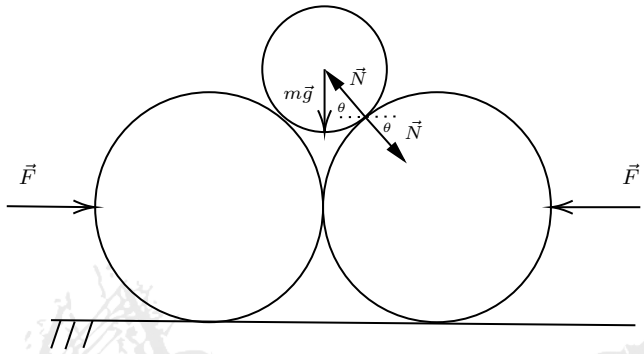
$$\boxed{V = 1,4375m^3}$$

Questão 5. Considere o seguinte sistema de massas circulares de densidade superficial σ de raios r(círculo menor) e R(círculo maior). Determine qual deve ser o menor módulo da força horizontal $\vec{F}$ aplicada em cada um dos circulos de tal modo que o menor círculo fique na iminência de cair.(despreze a existência de atrito).



Solução:

Observe o diagrama de forças a seguir:



Note que para que o peso do disco menor fique equilibrado:

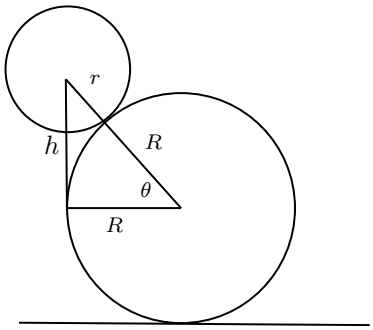
$$2N\,\text{sen}\,(\theta) = mg \Rightarrow \boxed{N = \frac{mg}{2\,\text{sen}\,(\theta)}}$$

Além disso, para o disco maior:

$$Ncos(\theta) = F \Rightarrow F = \frac{mgcos(\theta)}{2\,\text{sen}\,(\theta)} \Rightarrow \boxed{F = \frac{mg}{2\tan(\theta)}}$$

Pela definição de densidade superficial:

$$\sigma = m/Área \Rightarrow \boxed{m = \sigma\pi r^2}$$



Pela geometria do problema:

$$h^2 = (R+r)^2 - R^2 \Rightarrow h = \sqrt{r(r+2R)}$$

Portanto:

$$\tan(\theta) = \frac{h}{R} \Rightarrow \tan(\theta) = \frac{\sqrt{r(r+2R)}}{R}$$

Juntando o que descobrimos sobre m e $\tan(\theta)$:

$$\boxed{F = \frac{\sigma \pi r^2 g R}{2\sqrt{r(r+2R)}}}$$

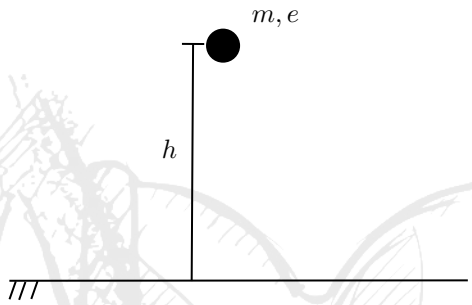
Resposta:

$$\boxed{F = \frac{\sigma \pi r^2 g R}{2\sqrt{r(r+2R)}}}$$

Questão 6. Uma bola de massa m é solta a uma altura h do chão. Sabendo que seu coeficiente de restituição $e = 0,5$.

(a) Calcule a altura máxima da bola depois da quarta colisão.

(b) Encontre o tempo até que a bola atinja repouso.



Caso seja necessário, use que a soma da $P.G$ infinita é: $S_\infty = \dfrac{a_1}{1-q}$

Solução:

Da colisão, temos: $e = \frac{|V_{af}|}{|V_{ap}|}$ que pelo dado da questão, vale $0,5$. Portanto; $|V_{af}| = 0,5|V_{ap}|$.

Isto é, a cada colisão, a velocidade de lançamento para cima é metade da velocidade de chegada da bola imediatamente antes da colisão, o que é equivalente a comparar a velocidade inicial da N-ésima colisão com a da (N+1)-ésima colisão. Em notação de recorrência para $n \geqslant 2$:

$$V_n = \frac{1}{2} V_{n-1}$$

Que configura uma P.G. Portanto:

$$\boxed{V_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} V_1}$$

Podemos encontrar por torricelli:

$${V_1}^2 = 2gh \Rightarrow \boxed{V_1 = \sqrt{2gh}}$$

Análogamente, para N-ésima colisão:

$${V_n}^2 = 2gh_n \Rightarrow V_n = \sqrt{2gh_n}$$

OBS: Aqui, o índice n em h_n refere-se a altura máxima **antes** da N-ésima colisão. Com o que já vimos:

$$\sqrt{2gh_n} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\sqrt{2gh} \Rightarrow \boxed{h_n = h\left(\frac{1}{2}\right)^{2(n-1)}}$$

a.) n=5(altura máxima **depois** da quarta colisão), assim:

$$h_5 = h\left(\frac{1}{2}\right)^{2(5-1)} \Rightarrow \boxed{h_5 = \frac{h}{256}}$$

b.) Aqui, precisaremos quebrar o tempo dessa série de colisões em dois momentos: o antes da primeira colisão e o depois da primeira colisão. Isto porque antes da primeira só existe o tempo da bolinha cair, depois da primeira em diante, existe o tempo de subida e descida da bola.

Para o momento um:

$$h = \frac{g{t_{mom.1}}^2}{2} \Rightarrow \boxed{t_{mom.1} = \sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

Para o momento dois($n > 1$), o tempo de subida é o mesmo que o de descida entre duas colisões, por isso, o tempo para apenas subir é $\frac{t_n}{2}$:

$$h_n = \frac{g\left(\frac{t_n}{2}\right)^2}{2} \Rightarrow t_n = 2\sqrt{\frac{2h_n}{g}} \Rightarrow t_n = 2\sqrt{\frac{h\left(\frac{1}{2}\right)^{2(n-1)}}{g}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}\sqrt{\frac{h}{g}}$$

Agora, usaremos a soma da P.G(razão = 0,5 e termo inicial=1) infinita pois o que faremos é somar as parcelas de todos as infinitas colisões. Assim, ainda no segundo momento:

$$t_{mom.2} = (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + ...)\sqrt{\frac{h}{g}} \Rightarrow t_{mom.2} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{h}{g}} = 2\sqrt{\frac{h}{g}}$$

$$\boxed{t_{mom.2} = 2\sqrt{\frac{h}{g}}}$$

Daí basta agora somar o tempo dos dois momentos:

$$t_{tot} = t_{mom.1} + t_{mom.2} = \sqrt{\frac{h}{g}} + 2\sqrt{\frac{h}{g}} \Rightarrow \boxed{t_{tot} = 3\sqrt{\frac{h}{g}}}$$

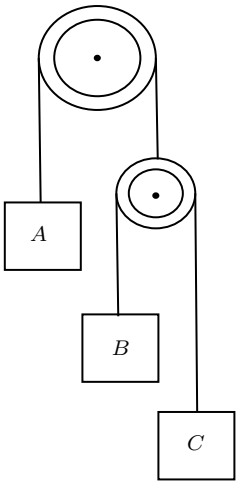
Respostas:

$$\boxed{h_{col.4} = \frac{h}{256}}$$

$$\boxed{t_{tot} = 3\sqrt{\frac{h}{g}}}$$

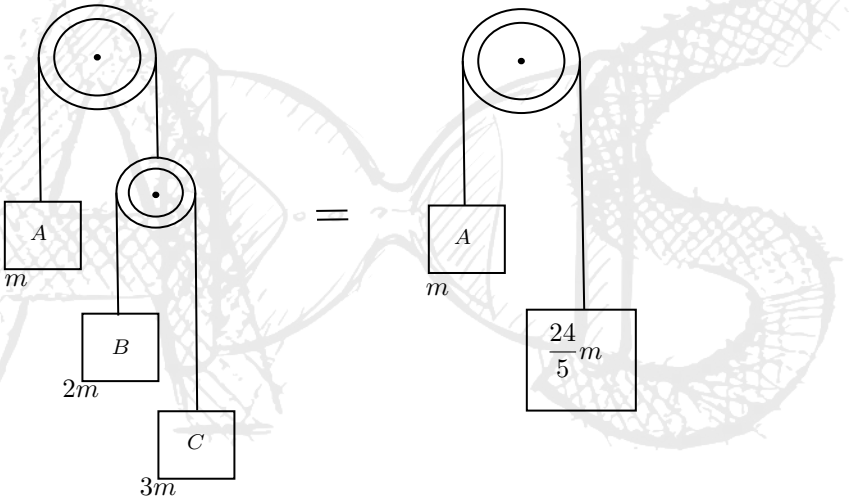
Questão 7. Massa equivalente é um conceito interessante, pois seu intuito é tornar um sistema de dois corpos ligados a uma polia ideal em um outro com uma só massa que vale $4\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}$. Sabendo disso, encontre no seguinte sistema de polias a aceleração do corpo A. OBS: as massas A,B e C medem

respectivamente $m, 2m$ e $3m$.



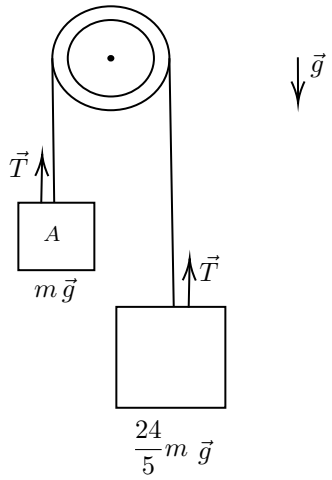
Solução:

Pela afirmação proposta na questão:



Isto torna nosso problema extremamente mais simples, pois agora ele só possui duas massas e nos leva a um problema inicial de polias.

Observe o esquema de forças:



Para o corpo A:

$$T - mg = ma$$

Para o outro corpo:

$$\frac{24}{5}mg - T = \frac{24}{5}ma$$

Somando as duas equações:

$$\frac{19}{5}mg = \frac{29}{5}ma \Rightarrow \boxed{a = \frac{19}{29}g}$$

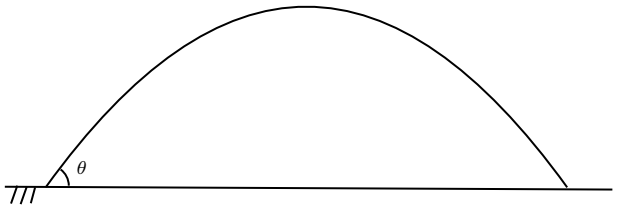
Resposta:

$$\boxed{a_A = \frac{19}{29}g}$$

Questão 8. Uma partícula é lançada em um ângulo θ a partir do chão. Sabendo que a gravidade local é $\vec{g}$, encontre:

(a) O alcance deste movimento.

(b) A equação da trajetória do lançamento(Y em função de X).



Solução:

Perceba que é impossível chegar na resposta somente com os parâmetros dados, pois falta um parâmetro. Uma velocidade inicial ou simplesmente a altura numa coordenada. Qualquer nova informação dada seria suficiente para determinarmos os itens a.) e b.) com exatidão. Como não foi dada a velocidade inicial, considere-a V_0.Entenda que é aceitável em questões abertas que

respostas fiquem em função de variaveis não definidas na questão que servem como parâmetro. Mas cuidado. Só deixe em função de variáveis não definidas caso a questão realmente exiga isso.

Fácilmente cauculamos o tempo do movimento. Basta usarmos a Equação horária da velocidade em Y, calcular quanto tempo leva até que a velocidade zere em Y(ou seja, metade do tempo do lançamento).

a.)em Y:

$$V_0 \operatorname{sen}(\theta) = g\frac{t}{2} \Rightarrow t = \frac{2V_0 \operatorname{sen}(\theta)}{g}$$

E para o Alcance que buscamos:

$$A = V_0 \cos(\theta)t \Rightarrow \boxed{A = \frac{2{V_0}^2 \operatorname{sen}(\theta)\cos(\theta)}{g}}$$

b.) Para o movimento em x:

$$X = V_0 \cos(\theta)t \Rightarrow t = \frac{X}{V_0 \cos(\theta)}$$

Para o movimento em y:

$$Y = V_0 \operatorname{sen}(\theta)t - g\frac{t^2}{2}$$

usando t em y:

$$Y = V_0 \operatorname{sen}(\theta)\frac{X}{V_0 \cos(\theta)} - \frac{g}{2}\left(\frac{X}{V_0 \cos(\theta)}\right)^2$$

Portanto:

$$\boxed{Y(X) = -\frac{g}{2{V_0}^2 \cos(\theta)^2}X^2 + X\tan(\theta)}$$

Respostas:

$$\boxed{A = \frac{2{V_0}^2 \operatorname{sen}(\theta)\cos(\theta)}{g}}$$

$$\boxed{Y(X) = -\frac{g}{2{V_0}^2 \cos(\theta)^2}X^2 + X\tan(\theta)}$$

OBS: Como o parâmetro V_0 não havia sido definido, outra opção poderia ser definir o parâmetro altura máxima h. A equação final seria a mesma, apenas seria substituído V_0 por $\frac{\sqrt{2gh}}{\operatorname{sen}(\theta)}$.