

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA

Seletiva 2 - 2023

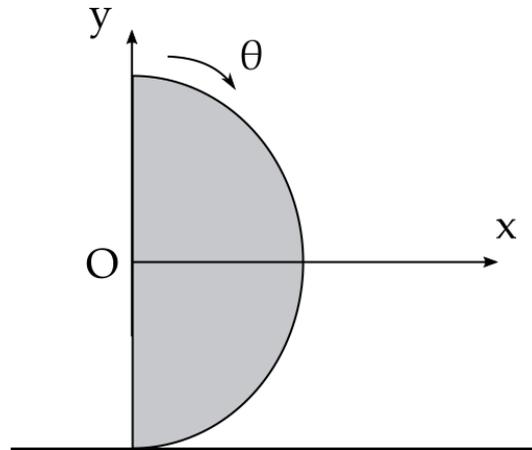
17 de dezembro de 2022

INSTRUÇÕES

1. A prova é composta por 5 questões. Sem contar essa folha de rosto, ela contém 5 páginas.
2. Leia também as instruções dadas em <https://app.graxaim.org/soif/2023/todo>.
3. **Todas as respostas devem ser justificadas**, ou seja, os **desenvolvimentos** das resoluções, composto pela principais etapas que levam às respostas, devem ser apresentados.
4. **As resoluções devem escritas de próprio punho** em folhas inicialmente em branco (não use editores de texto). É permitido apenas o uso de caneta, de cor **azul ou preta**, lápis preto de traço forte, régua e calculadora **não programável**.
5. Cada resolução deve ser escaneada em um documento PDF de no máximo 10 Mbytes.
6. Os documentos PDF com as resoluções das questões devem ser enviadas através da interface de provas no endereço <https://app.graxaim.org/soif/2023>.
7. Durante a prova, é permitido o uso de celular ou computador **apenas** para acessar o site <https://app.graxaim.org/soif/2023>, ou para trocas de mensagens com os coordenadores da SOIF através do endereço equipeobf@graxaim.org. **Todos os demais usos (aplicativos gráficos e numéricos, consultas, busca na internet, etc) são proibidos**.
8. São vedados comentários e discussões sobre os enunciados das questões, suas respostas e possíveis resoluções até 17/12 24h00, horário de Brasília, nas redes sociais, blogs, fóruns e ferramentas afins de comunicação da internet.
9. Se necessário e salvo indicação em contrário, use símbolos, e seus respectivos valores em problemas numéricos, para as grandezas: constante de Coulomb $k = 9,00 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{C}^2/\text{m}^2$; permeabilidade magnética no vácuo $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$; densidade da água líquida $\rho_a = 1,00 \text{ g/cm}^3$; calor específico da água líquida $c_a = 1,00 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^\circ\text{C})$; calor latente de fusão do gelo $L_g = 80,0 \text{ cal/g}$; índice de refração do ar $n = 1,00$; aceleração da gravidade $g = 9,80 \text{ m/s}^2$.
10. Se necessário e salvo indicação em contrário, use os os seguintes fatores de conversão: $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$; $1 \text{ atm} = 1,00 \times 10^5 \text{ Pa}$.

Q1 -Rolamento de um semidisco (10 pontos)

Um semidisco homogêneo de massa M e raio R rola sem deslizar sobre uma superfície horizontal, mantendo-se num plano vertical. Denote por θ o ângulo que o semidisco gira em torno do seu centro O , a partir da posição inicial ($\theta = 0$) indicada na figura abaixo. Assuma o sistema de eixos cartesianos fixo no espaço indicado.



Em um instante genérico, com $\theta \neq 0$, a velocidade angular do semidisco é dada por ω e sua aceleração angular por α . Faça o que se pede nos itens a seguir.

- Determine uma expressão para o vetor que representa a força \vec{F}_c de contato do chão sobre o semidisco em termos de M , g , R , θ e suas derivadas temporais, ω e α .
- Determine o valor da aceleração angular α em função de g , R , θ e ω .

Dados:

- O centro de massa de um semidisco encontra-se a uma distância $d = 4R/3\pi$, do ponto O .
- O momento de inércia de um semidisco de raio R e massa M , em relação do ponto O , é $I_O = (MR^2)/2$.

Q2 - Ondas eletromagnéticas (10 pontos)

Uma onda eletromagnética propaga-se ao longo da direção z no ar ($n_{ar} = 1$) com polarização linear fazendo 45° com os eixos x e y . A expressão matemática que descreve o campo elétrico associado à onda descrita pode ser escrita como

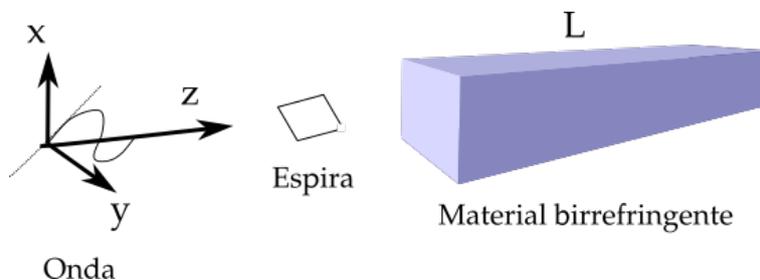
$$\vec{E}(z, t) = E_0 \cos[2\pi(z/\lambda - t/T)](\hat{x} + \hat{y}), \quad (1)$$

em que E_0 , λ e T são parâmetros físicos de dimensões adequadas.

Parte A - Detecção da onda por uma espira

Uma pequena espira quadrada de aresta $a \ll \lambda$ é fixada na região atravessada pela onda supradescrita. Pode-se utilizar a espira como uma antena capaz de detectar a onda eletromagnética através de uma medida de um sinal de tensão $V(t)$ entre seus terminais, mantidos em aberto, à medida que a onda se propaga pela região.

- Indique a orientação da espira que permite obter o máximo valor eficaz de tensão induzida detectada entre os terminais da espira. Justifique.
- Calcule o seu valor eficaz máximo V_{max} que pode ser obtido pela antena.



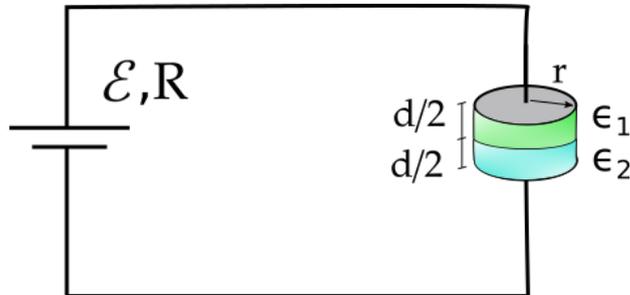
Parte B - Controle de polarização

A onda incide sobre um material birrefringente com índices de refração distintos para cada polarização linear. Considere que o índice de polarização para uma onda de polarização em \hat{x} é n_x , enquanto o índice de polarização para uma onda de polarização em \hat{y} é n_y , com $n_x > n_y$. A onda eletromagnética incide perpendicularmente sobre uma das faces do bloco do material descrito, viaja uma distância L ao longo deste e é retransmitida ao ar. Despreze efeitos de reflexão nas interfaces.

- Determine o menor comprimento L tal que a onda eletromagnética, ao sair do bloco, tenha polarização circular.

Q3 - Carregamento de um capacitor (10 pontos)

Uma fonte de força eletromotriz \mathcal{E} e resistência interna R é utilizada para carregar um capacitor inicialmente descarregado. O capacitor é formado por um par de armaduras metálicas circulares de raio r , paralelas e distantes de d entre si. As armaduras são perfeitamente superpostas e o volume compreendido é preenchido com materiais isolantes de constantes dielétricas ϵ_1 e ϵ_2 , em mesma proporção como indicado na figura.

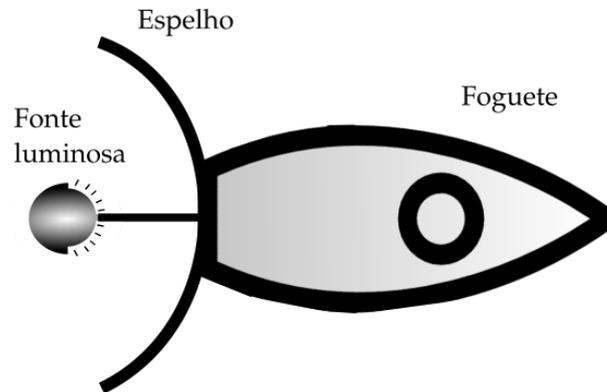


A permissividade elétrica do vácuo é dada por ϵ_0 .

- Calcule a capacitância C do capacitor descrito. Deixe sua resposta em termos das permissividades elétricas fornecidas e fatores geométricos.
- Descreva a distribuição de cargas de polarização nos dielétricos quando a diferença de potencial elétrico entre as armaduras do capacitor atinge um valor próximo de \mathcal{E} . Deixe sua resposta em termos de C , \mathcal{E} , raio r e permissividades elétricas fornecidas.
- Qual dos dois processos demanda mais tempo: carregar o capacitor desde de (i) 0 V até $0.5 \mathcal{E}$, ou (ii) $0.5 \mathcal{E}$ até $0.8 \mathcal{E}$? Justifique sua resposta.

Q4 - Foguete fotônico (10 pontos)

Obras de ficção científica que envolvem viagens espaciais costumam trazer propostas de veículos interestelares bastante curiosas. Considere um foguete fotônico, isto é, um dispositivo capaz de viajar pelo espaço impulsionado apenas por emissão de luz, capaz de atingir velocidades próximas à da luz no vácuo, c . A estrutura do foguete é ilustrada na figura abaixo.



O foguete é constituído de uma carga útil à sua dianteira. Na sua parte traseira, o foguete dispõe de um espelho com formato parabólico, em cujo foco uma pequena fonte luminosa é fixada. A fim de aumentar a capacidade de propulsão do foguete, a lâmpada emite luz apenas em direção ao espelho, que é revestido por um material refletor ideal. O processo de reflexão da luz pelo espelho é responsável pela aceleração do foguete pelo espaço. Denote por m_0 a massa de repouso inicial do foguete.

- Explique, sucintamente, por que é necessário que a massa de repouso do foguete diminua ao longo do seu processo de aceleração.
- Determine a velocidade v do foguete em função da sua massa de repouso final, $m_f < m_0$.
- Supondo que o foguete atinja a velocidade de $v = 0,999c$, calcule a fração de sua massa de repouso não convertida em radiação.

Q5 - Sensores de luz por poços quânticos (10 pontos)

O confinamento de partículas em regiões de pequenas dimensões é capaz de fazer emergir níveis discretos de energia que podem ser explorados em dispositivos optoeletrônicos como sensores ou emissores de luz. Em particular, a faixa de operação desses dispositivos pode ser controlada pela variação das dimensões da região de confinamento do sistema.

Considere um elétron livre confinado por um potencial unidimensional $V(x)$ descrito pela equação

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } 0 < x < a \\ +\infty, & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

em que a representa a largura do poço de potencial confinante. Faça o que se pede nos itens a seguir.

- a) Assumindo a hipótese de de Broglie, determine os valores absolutos de momento linear, $|p|$, que permitam a existência de ondas de matéria estacionárias de elétrons no interior do poço. Forneça sua resposta em termos de h , a e fatores numéricos convenientes.

Os valores de momento encontrados no item anterior têm correspondência com os estados quânticos de energia bem definida do poço proposto.

- b) Determine o valor da largura $a(\lambda)$ tal que o sistema descrito possa funcionar como um detector de comprimento de onda λ . Considere transições entre o estado fundamental e o estado excitado de menor energia.
- c) Determine o valor numérico dessa largura para que o poço possa servir como um sensor de luz vermelha, $\lambda = 650$ nm. Forneça sua resposta em nanômetros.

Dados:

Constante de Planck $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J.s,

Massa do elétron $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg,

Velocidade da luz $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.