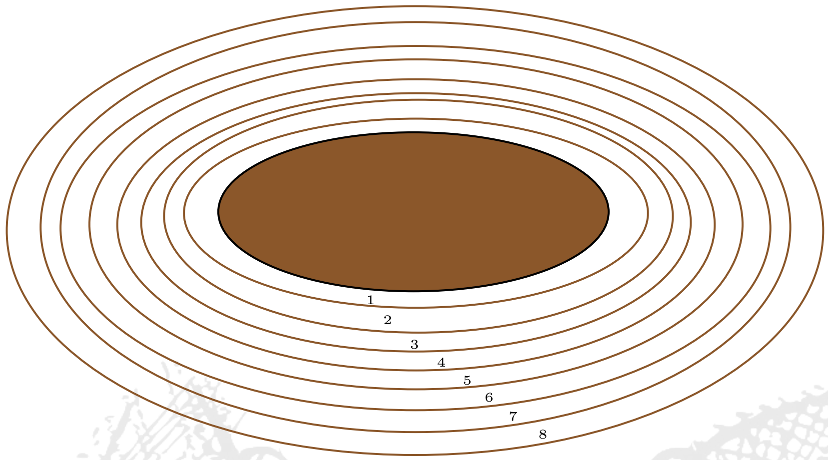
Comentário OBF 3° Fase, Nível 2

Autores: Thiago Brasileiro, Inácio Sampaio, Mateus Freitas, Gustavo Valente, Arthur Gomes e Felipe Brandão

1. (exclusiva para alunos da 1° série) João e Maria costumam treinar juntos em uma pista olímpica de atletismo que tem 8 raias, veja a figura. A raia interna tem 400m de extensão. Certo dia, Joã, que está se recuperando de uma de uma pequena lesão, deve caminhar enquanto Maria corre. Eles iniciam o treinamento escolhendo o sentido em que vão dar as voltas, começam no mesmo instante e partem da linha de largada.
O treinamento termina quando Maria completa a décima volta. Sabendo que ambos usam a raia interna e João e Maria se exercitam com velocidades escalares constatntes, de, respectivamente, 6,00km/h e 12,00km/h, determine:



(a) A distância percorrida por João no instante em que Maria completa a décima volta.

(b) O número de vezes que Maria ultrapassa João, se ambos dão voltas no sentido anti-horário.

(c) O número de vezes que Maria cruza com João, se Maria dá voltas no sentido anti-horário e João dá voltas no sentido horário.

Solução:

a) A distância percorrida por João vai ser metade da distância percorrida por Maria, pois tem metade da sua velocidade. Logo, se ela completar 10 voltas ela anda $400 \times 10\ metros = 4000\ metros$ e João 2000 m.

b) No referencial de João, ele está em repouso e Maria se afasta dele com velocidade de 6 km/h. O número de vezes que a Maria completa o percurso no referencial de João é o número de vezes que ela passa por João. Como no referencial de João ela possui metade da velocidade, Maria vai completar metade das voltas, logo 5. Maria passa por João 5 vezes.

c) No referencial de João, Maria se aproxima de João com velocidade de 18 km/h, enquanto João está em repouso. Maria possui uma velocidade 1,5 vezes maior no referencial de João, então ela percorre $1,5\% \times 10\ voltas = 15\ voltas$. Ou seja, passa por João 15 vezes.

2. (exclusiva para alunos da 1° série) Ondas de calor no Brasil frequentemente levam a temperatura ambiente muito acima da zona de conforto térmico. Em locais abertos como por exemplo estações rodoviárias, pátios de restaurantes, etc, é cada vez mais comum a presença de sistemas de refrigeração que usam nebulizadores, que podem ou não estar acoplados a um ventilador, como o mostrado na figura abaixo. Suponha que um aparelho desse nebulize 100ml de água por minuto, em um ambiente entre aberto com ar quente e seco e que 50% das gotículas de água formada se evaporam.

(a) Explique o funcionamento desses aparelhos em termos dos fenômenos físicos envolvidos. Por que a água deve ser nebulizada? Qual a função do ventilador?

(b) Estime a quantidade de calor retirada do ambiente por segundo, em joules por segundo, J/s ou Watt(1J/s = 1W), de funcionamento desse aparelho.

(c) A capacidade de resfriamento de ar condicionados convecionais é usualmente dada em BTU(British Thermal Unit), em que 1BTU ≈ 0,3J/s ou 1 BTU ≈ 0.3W. Qual a capacidade de refrigeração do aparelho dessa questão em BTU?

Solução:

a) O nebulizador transforma as gotículas d'água em vapor, que interagem com o ambiente e absorvem calor, resfriando-no e aumentando o conforto térmico. O ventilador serve para espalhar as gotículas pelo ambiente.

b) Aqui, temos que 50% da água liberada (50g) pelo nebulizador é evaporada, absorvendo energia, correspondente ao calor latente de vaporização:

$$m * L = \frac{100 * 540}{2} = \boxed{27000\ cal}$$

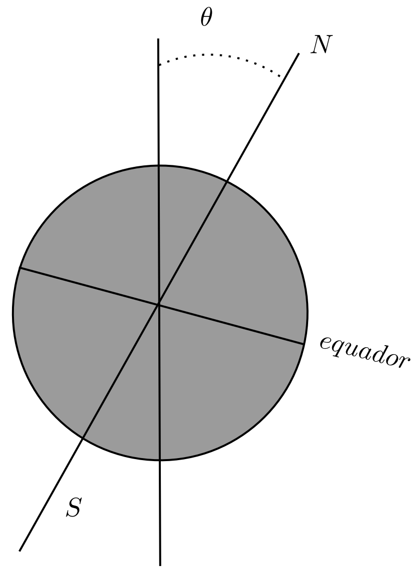
Agora, temos que fazer as devidas conversões, para Joule e segundo:

$$\frac{27000 * 4,2}{60} = \boxed{1890\ J/s}$$

c) A capacidade de refrigeração, em BTU, é dada pela conversão do resultado do item anterior:

$$\frac{1890}{0.3} = \boxed{6300\ BTU}$$

3. (exclusiva para alunos da 1° série) Seja θ a inclinação do eixo de rotação da Terra em relação ao plano de sua órbita em torno do Sol. A representação esquemática da Terra dada na figura abaixo, além de θ, mostra o eixo de rotação da Terra que passa pelos polos norte (N) e sul(S) e o plano do equador que divide a Terra em dois hemisférios. Considere os casos hipotéticos em que:



(a) $\theta = 0°$

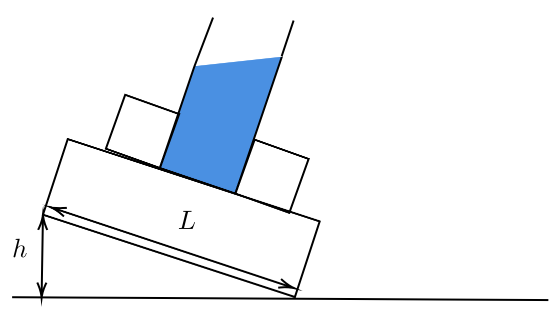
(b) $\theta = 90°$

Solução:

(a) Com $\theta = 0°$, a Terra não teria estações do ano, por que as estações são causadas pela inclinação do eixo de rotação da Terra, fazendo com que o Sol bata na terra de formas diferentes durante o movimento de translação em torno do Sol

(b) Com $\theta = 90°$, os polos da Terra estariam diretamente expostos a luz na metade do ano, e totalmente na sobra na outra metade, gerando assim, zonas inabitáveis no planeta, e uma zona habitável nos arredores do equador.

4. (exclusiva para alunos do 1° ano) Um copo com base quadrada de lado $5,00cm$ e altura $12,00cm$ contém $270cm^3$ de água. O copo está fixado e em uma base de comprimento $L = 15,0cm$, que pode ser inclinada variando-se a altura h, conforme esquema dado na figura ao lado.



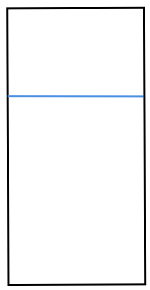
Determine:

(a) A altura do nível da água em relação ao fundo do copo quando a base de fixação é horizontal ($h = 0cm$).

(b) A altura h de inclinação da base de fixação quando a água no copo está na iminência de derramar.

Solução:

(a) Na situação de $h = 0$, todo o volume d'água fica vertical e assume o formato de um paralelepípedo reto, como mostra a figura:

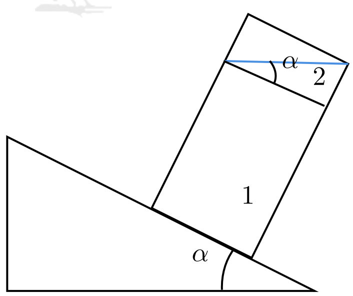


Logo, pela fórmula do volume do paralelepípedo:

$$V_{água} = 270cm^3 = (áreadabase)(altura) = h_{água}l^2 \tag{1}$$

$$h_{agua} = \frac{270}{5^2} = 10,8cm \tag{2}$$

(b) Na iminência de derramar, o líquido toca na extremidade do copo, como na Figura a seguir:



O volume d'água é dado pelo volume do sólido 1 somado ao volume do sólido 2. Mas para calcular tais volumes, precisamos, primeiro, calcular a altura em relação ao plano, h', do sólido 1.

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{h}{\sqrt{L^2 - h^2}} = \frac{H - h'}{l}$$

$$h' = H - \frac{hl}{\sqrt{L^2 - h^2}}$$

Agora, podemos calcular o volume d'água:

$$V_{água} = V_1 + V_2 = h'l^2 + \frac{(H - h')l^2}{2}$$
$$V_{água} = Hl^2 - \frac{hl^3}{\sqrt{L^2 - h^2}} + \frac{hl^3}{2\sqrt{L^2 - h^2}}$$
$$V_{água} = Hl^2 - \frac{hl^3}{2\sqrt{L^2 - h^2}}$$
$$270 = 300 - \frac{125h}{2}\sqrt{225 - h^2}$$
$$0,23 = \frac{h^2}{225 - h^2}$$
$$h^2 = \frac{225 \times 0,23}{1,23}$$
$$h = 6,5cm$$

5. Arquimedes, diz a lenda, descobriu uma maneira de verificar se a coroa do rei de Siracusa era feita de ouro puro ou se tinha sido adulterada com um metal menos denso. Suponha que o rei de Siracusa entregou uma barra de ouro de $1000g$ a um ourivez para que ele fizesse uma coroa do mesmo peso. Arquimedes descobriu que o volume da coroa poderia ser medido mergulhando a coroa em água e medindo o volume deslocado. Considere as densidades aproximadas, do ouro $19,0g/cm^3$, da prata $10,0g/cm^3$, da platina $21,5g/cm^3$ e do cobre $9,0g/cm^3$.
   (a) Suponha que o ourives entregou ao rei uma coroa feita com 800 g de ouro e 200 g de prata. Qual a diferença de volume entre a coroa adulterada e uma coroa feita toda de ouro?
   (b) Considere uma liga de cobre e platina. Qual deve ser a proporção de cada metal, em massa, para que a liga possa ser usada em joalheria, em substituição ao ouro, sem que a fraude possa ser identificada pelo método de Arquimedes?

Solução:

a) O volume de 1000g de ouro puro pode ser descoberto através da sua densidade $\rho = \frac{M}{\rho}$

$$V_{ou} = \frac{M_{ou}}{\rho_{ou}} = \frac{1000}{19} 52,6cm^3$$

Já o volume da mistura pode ser dado pela soma dos volumes próprios de cada metal:

$$V_{mis} = V_{ou} + V_{pr} = \frac{M_{ou}}{\rho_{ou}} + \frac{M_{pr}}{\rho_{pr}} = \frac{800}{19} + \frac{200}{10} = 62,1cm^3$$

Portanto, a variação de volume é:

$$\Delta V = V_{mis} - V_{ou} 9,5cm^3$$

b) Para que a fraude não seja identificada, devemos ter que a liga tenha a mesma densidade que o ouro e, consequentemente, o mesmo volume para uma dada massa. Então, vamos igualar o volume de ouro puro do item a com o volume de 1000 g dessa liga.

$$V_{lig} = V_{co} + V_{pla} = \frac{x}{9} + \frac{1000 - x}{21,5} = 52,6cm^3 \frac{x}{9} - \frac{x}{21,5} = 52,6 - \frac{1000}{21,5}$$

6. Através da famosa equação da equivalência entre massa e energia, $E = mc^2$, proposta por Einstein, sabemos que toda a reação, nuclea ou química, que libera energia é acompanhada por uma variação de massa. Sejam m_r a massa dos reagentes e m_p a massa dos produtos, então, a energia liberada na reação é dada por:

$$|\Delta E| = |(m_p - m_r)|\ c^2$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo.
A primeira Bomba Atômica, chamada "Little Boy", detonada sobre a cidade de Hiroshima continha cerca de 64 kg urânio, dos quais 80% eram o urânio 235, que é a substância físsil, ou seja que sofre fissão nuclear e libera energia. Estima-se que sua explosão liberou uma energia equivalente à explosão de 15 mil toneladas do explosivo químico TNT. A explosão de mil toneladas (1 quiloton, ou 1 kt) de TNT libera, uma energia de, aproximadamente, $4,2 * 10^{12} J$.
Seja $\eta = (m_p - m_r)/m_r$ a variação relativa de massa envolvida em uma reação nuclear ou química.

(a) Qual a variação de massa que ocorreu na explosão da "Little Boy"

(b) Determine η da explosão da "Little Boy" considerando que todo o material físsil foi consumido.

(c) Estime η para uma explosão de TNT com energia igual à liberada por "Little Boy". Considere que o único reagente da explosão do TNT é o próprio TNT.

Solução:

a) Para calcular a variação de massa Δm, devemos usar a equação dada no enunciado, e igualar com a energia liberada pelo TNT:

$$\Delta E = \Delta m\ c^2 = 15 * 4,2 * 10^{12} \Rightarrow$$
$$\Delta m = \frac{15 * 4,2 * 10^{12}}{9 * 10^{16}} \Rightarrow$$
$$\boxed{\Delta m = 6,7 * 10^{-4} kg}$$

b) Agora, para determinar η, devemos calcular a porcentagem de urânio, substância físsil, que ira reagir, assim obteremos a m_r:

$$m_r = 80\%\ 64 \Rightarrow\ m_r = 51,2 kg$$

Com isso, podemos escrever η:

$$\eta = \frac{\Delta m}{m_r} \Rightarrow\ \eta = \frac{6,7 * 10^{-4}}{51,2}$$
$$\boxed{\eta = 1,3 * 10^{-5}}$$

c) Por fim, para a explosão da TNT, podemos usar a mesma variação de massa (devido ser o mesmo ΔE), Δm, e apenas calcular a nova massa de reagente, m_r:

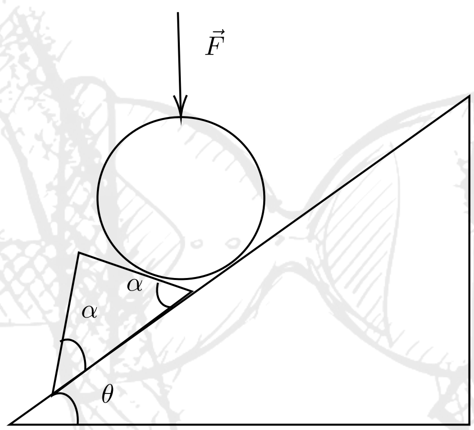
$$m_r = 15 * 10^3 * 10^3 kg \Rightarrow \; m_r = 15 * 10^6 kg$$

Em posse desse dado, temos:

$$\eta = \frac{\Delta m}{m_r} \Rightarrow \; \eta = \frac{6,7 * 10^{-4}}{15 * 10^6}$$

$$\boxed{\eta = 4.47 * 10^{-11} kg}$$

7. Um carro està estacionado em um plano inclinado de angulo $\theta = 30°$, Para se assegurar que não deslize, foram colocados calços sob as rodas, conforme esquema na figura. O calço, que está fixo no plano inclinado, forma Angulo a com ele. Considere uma roda em equilibrio estático no qual atua uma força $\vec{F}$ de intensidade de 6000 N. Essa força, aplicada no eixo da roda, corresponde à resultante da carga do carro mais o peso da própria roda. Desconsidere as forças de atrito. Determine N, e Ne respectivamente, as intensidades das forças que o plano inclinado e o calço exercem na roda, nos seguintes casos:



(a) $\alpha = 45°$

(b) $\alpha = 60°$

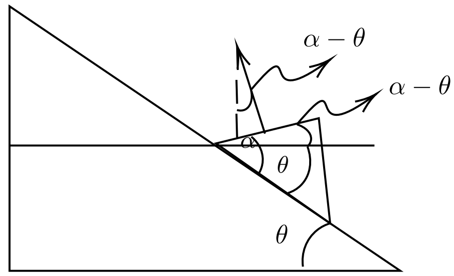
Solução:

Para a condição de equilíbrio, devemos ter que:

$$\Sigma \vec{F_y} = 0$$

$$\Sigma \vec{F_x} = 0$$

Fazendo a decomposição das normais nos eixos x e y nos ângulos indicados na figura:



$$N_c \cos(\alpha - \theta) + N_p \cos(\theta) = F$$
$$N_c \operatorname{sen}(\alpha - \theta) = N_p \operatorname{sen}(\theta)$$

Isolando N_p da segunda solução, temos:

$$N_p = N_c \frac{\operatorname{sen}(\alpha - \theta)}{\operatorname{sen}(\theta)}$$

Substituindo isso na primeira equação, temos:

$$N_c \cos(\alpha - \theta) + N_c \frac{\operatorname{sen}(\alpha - \theta)\cos(\theta)}{\operatorname{sen}(\theta)} = F$$

Isolando N_c

$$N_c = F \frac{sen(\theta)}{\operatorname{sen}(\theta)\cos(\alpha - \theta) + \operatorname{sen}(\alpha - \theta)\cos(\theta)}$$

Perceba que soma em baixo corresponde a $\operatorname{sen}(\alpha)$

Logo, N_c será:

$$\boxed{N_c = F \frac{\operatorname{sen}(\theta)}{\operatorname{sen}(\alpha)}}$$

Logo, N_p será:

$$\boxed{N_p = F \frac{\operatorname{sen}(\alpha - \theta)}{\operatorname{sen}(\alpha)}}$$

Substituindo os valores dados no enunciado, obteremos:

(a)

$$\boxed{N_c = 4285.7N}$$
$$\boxed{N_p = 2100N}$$

(b)

$$\boxed{N_c = 3529.4N}$$
$$\boxed{N_p = 3335.3N}$$

8. Três bolas de brinquedo, A, B, C, de mesmo raio e massas diferentes são abandonadas, em

$t = 0s$, da janela de um prédio, localizada 20 m acima de um pátio vazio no piso térreo. A tabela ao lado mostra a altura aproximada das bolas em função do tempo t. As bolas sob a ação da força gravitacional (peso) e da força de resistência do ar, ou força de arrasto, $\mathrm{F}_{ar}.Essaforçaéopostaaomovimentodocorpoesuaintensidadeédadapor\mathrm{F}_{ar} = bv^2$, onde v é o módulo da velocidade do corpo em relação ao ar e b é uma constante positiva que depende da geometria do corpo e da densidade faça ar.

t(s)	y_a(m)	y_b(m)	y_c(m)
0.0	20.00	20.00	20.00
0.2	19.80	19.80	19.80
0.4	19.23	19.21	19.20
0.6	18.34	18.23	18.20
0.8	17.21	16.90	16.80
1.0	15.90	15.23	15.00
1.2	14.47	13.26	12.80
1.4	12.97	11.03	10.20
1.6	11.41	8.56	7.20
1.8	9.93	5.89	3.80
2.0	8.25	3.04	0.00

A ação de F_{ar} pode ser desprezada devido, entre outros, à combinação dos seguintes fatores: (1) velocidade suficientemente baixa e (2) corpo suficientemente massivo.

(a) Todos os corpos em queda no ar, depois de um intervalo de tempo suficientemente longo, se movem com velocidade constante, chamada velocidade terminal. A bola mais leve já atingiu a velocidade terminal? Quando? Qual seu valor terminal?

(b) Sabendo que a massa da bola mais leve é 10,0 g, qual o valor da constante b

(c) A ação de F_{ar} durante toda a queda é desprezível para alguma bola? Qual? Justifique.

Solução:

a) Como o F_{ar} pode ser desprezado em corpos muito massivos, oa bola que mais "sente"a força de arrasto é a mais leve. Como podemos ver pelo gráfico, a que possui maior atraso em seu deslocamento é o A,logo ela é a mais leve. Quando um corpo atinge a velocidade terminal, sua velocidade passa a ser constante. Isso ocorre em A de 1,6 segundos em diante, pois a bola A percorre 1,58 metros de 1,6 a 1,8 segundos e, também, 1,58 metros de 1,8 a 2,0 segundos. Isso caracteriza uma velocidade constante de módulo $V_{lim} = \frac{1,58}{0,2} = 7,9m/s$

b) O caso para que a velocidade limite seja atingida é o peso se igualar com a força de arrasto, pois a velocidade se manterá constante pela força resultante nula. Logo:

$$mg = bv^2$$
$$b = \frac{mg}{v^2}$$
$$b = 16 \times 10^{-}4$$

c) A bola C não sofre efeitos do arrasto, pois a posição em função do tempo levando em conta apenas a gravidade é satisfeita em todos os momentos:

$$y = gt^2/2$$
$$20 = 10 \times 4/2$$
$$20 = 20$$

Satisfaz!

9. Durante uma experiência de óptica em um laboratório didático, uma estudante faz a montagem na qual uma vella de 4,0 cm de altura é posicionada entre uma lente convergente e um espelho côncavo, conforme diagrama mostrado na figura. O espelho e a lente têm distâncias focais, respectivamente de 10,0 cm e 30,0 cm. A lente e a vela e a lente são posicionadas, respectivamente, a 15,0 cm e 45,0 cm do espelho.

   (a) Determine a posição e a altura da imagem vista pela estudante.

   (b) Apresente o esquema com os raios de luz que determina geometricamente a imagem.

Solução:

OBS.: O enunciado apresenta um erro de digitação que afeta a resolução da questão, entretanto, preferimos mantê-lo inalterado.

a) Primeiro, devemos calcular a posição da imagem formada pelo espelho côncavo (p'):

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{p} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{10} - \frac{1}{15} \Rightarrow$$
$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{30} \Rightarrow p' = 30\ cm$$

Agora, sabendo a posição p' e que a imagem formada pelo espelho servirá de objeto para a lente convergente, podemos escrever a posição p" da outra imagem, em relação à lente:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p''} + \frac{1}{45 - p'} \Rightarrow \frac{1}{p''} = \frac{1}{30} - \frac{1}{15} \Rightarrow$$
$$\frac{1}{p''} = -\frac{1}{30} \Rightarrow p'' = -30\ cm$$

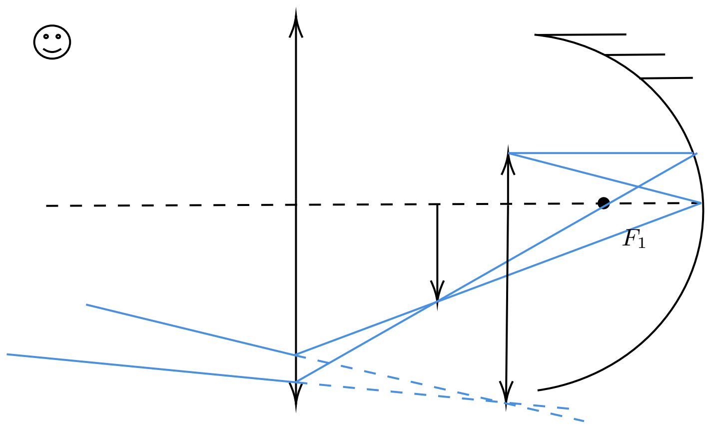
Enfim, a distância entre a imagem final e o espelho é:

$$p_f = p'' + 45 \Rightarrow \boxed{p_f = 15\ cm}$$

Para a altura do obejto, podemos usar as equações de aumento, para a primeira e segunda imagem; sendo i a altura da imagem formada apartir do espelho e i' a altura da imagem formada apartir da lente (vista pelo estudante).

$$A = \frac{i}{o} = \frac{f_1}{f_1 - p} \Rightarrow i = o\left(\frac{f_1}{f_1 - p}\right) \Rightarrow i = -8\ cm;$$
$$\frac{i'}{i} = \frac{f_2}{f_2 - (45 - p')} \Rightarrow i' = i\left(\frac{f_2}{f_2 - 15}\right) \Rightarrow \boxed{i' = -16\ cm}$$

b) O item anterior pode ser melhor compreendido com o desenho abaixo:



Aqui, é importante lembrar das propriedades de formação de imagens, tanto para espelho, como para lentes.

10. Considere uma máquina térmica que opera ciclicamente extraindo calor de uma formalha a 1027 °C e um rio que está a 27,0 °C. Um estudante de fisica faz um protótipo usando um gás ideal monoatomico como o subsistema responsável pelas transferências de energia.

    O gás ideal está encerrado na câmara de um cilindro ao qual está acoplado um pistão. Quando o pistão é travado o volume do gás é mantido constante. Quando a trava é removida o gás interage com um agente mecânico externo, trocando energia na forma de trabalho com ele, durante sua expansão ou compressão. As paredes do cilindro são condutoras de calor. A primeira versão do protótipo opera de acordo com o ciclo de quatro etapas:

    1. O cilindro com o pistão travado e o gás com volume V_A 1,00 litro, pressão de 10^5 Pa, e temperatura 20.0°C, é inserido na fornalha. Aguarda-se o equilíbrio térmico.
    2. Com o cilindro na fornalha, remove-se a trava do pistão. O gás se expande, realizando trabalho, até atingir o volume $V_b = 2{,}00$ litros.
    3. O pistão é travado e transfere-se o cilindro da fornalha para o rio. Aguarda-se o equilíbrio térmico.
    4. Com o cilindro na água, remove-se a trava do pistão. Comprime-se o gás, realizando trabalho sobre ele, até atingir novamente o volume V_A

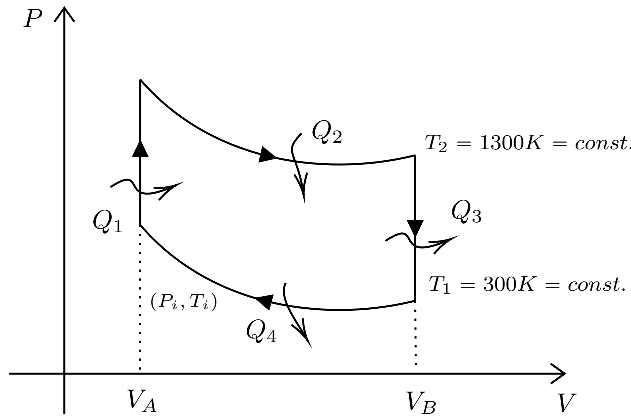
    (a) Qual o trabalho realizado (saldo da energia mecânica transferida) pelo gás, por ciclo?

    (b) Qual a eficiência deste protótipo de máquina térmica?

    (c) Qual a máxima eficiência termodinâmica que uma máquina térmica pode ter operando usando a fornalha como fonte quente e o rio como fonte fria?

Solução:

De acordo com o enunciado, além dos momentos de volume constante, o cilindro passa por momentos de temperatura constante, nos quais a única forma de energia trocada é em trabalho. Assim, podemos desenhar o nosso ciclo termodinâmino:



(a) A primeira etapa trata-se da entrada do cilindro na fornalha; como nos é fornecido a temperatura, volume e a pressão nesse ponto ($T_i = 20°C = 293K$,$V_i = 1L$,$P_i = 10^5 Pa$), podemos fazer:

$$P_iV_i = nRT_i \implies nR = \frac{P_iv_i}{T_i} = \frac{10^5 \times 1}{293K} = 341,3\frac{Pa \times L}{K}$$

Como o trabalho nas isocóricas é nulo, inicialmente calcularemos apenas o trabalho das isotérmicas, que valem:

$$|W_2| = nRT_2 \ln\frac{V_B}{V_A}$$

$$|W_4| = nRT_1 \ln\frac{V_B}{V_A}$$

Logo, sendo o trabalho resultante $\Delta W = |W_2| - |W_4|$ e $\ln 2 = 0,69$:

$$|\Delta W| = nR\ln 2(T_2 - T_1) = 235,5 \times 10^3 J \implies \boxed{|\Delta W| = 235,5kJ}$$

(b) O rendimento é dado pela seguinte expressão:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_3| + |Q_4|}{|Q_1| + |Q_2|}$$

Sendo os processos (1) e (3) isocóricas, o Q de cada processo será:

$$|Q_1| = nC_v\Delta T = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = |Q_3|$$

$$|W_2| = |Q_2|$$

$$|W_4| = |Q_4|$$

Substituindo em η:

$$\eta = \frac{\frac{nR(T_2-T_1)}{\gamma-1} + nRT_1\ln\frac{V_B}{V_A}}{\frac{nR(T_2-T_1)}{\gamma-1} + nRT_2\ln\frac{V_B}{V_A}}$$

$$\eta = 1 - \frac{(T_2 - T_1) + T_1\ln 2(\gamma - 1)}{(T_2 - T_1) + T_2\ln 2(\gamma - 1)}$$

Como o gás é monoatômico, $\gamma = \frac{5}{3}$. Fazendo as contas:

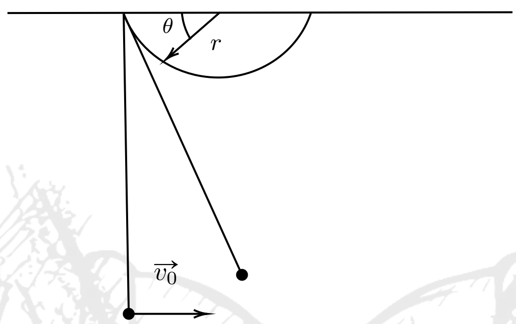
$$\boxed{\eta = 28,8\%}$$

(c) Para um máquina de máxima eficiência, deve-se usar a eficiência de Carnot; assim:

$$\eta_{\text{máx}} = 1 - \frac{T_{\text{min}}}{T_{\text{máx}}} = 1 - \frac{300}{1300}$$

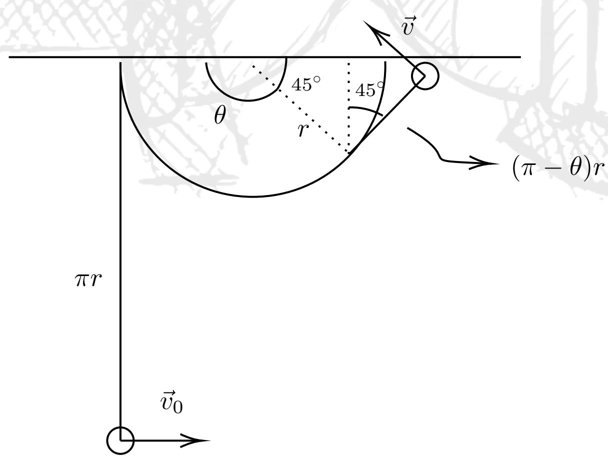
$$\boxed{\eta_{\text{máx}} = 77\%}$$

11. Considere uma bancada horizontal de um laboratório didático na qual foi fixado um semicilindro rígido de raio r. Uma pequena esfera de massa m está conectada ao semicilindro por um fio de massa desprezível e comprimento L=πr, conforme ilustra a figura. Inicialmente, com $\theta = 0°$, o fio é vertical e tangencia o semicilindro. Determine o menor valor da intensidade da velocidade inicial da esfera, $v_0 = |\vec{v_0}|$, para que a esfera atinja a configuração com $\theta = 135°$ com o fio tensionado.



Solução:

Vamos analisar os estados inicial e final do sistema:



Da figura, o deslocamento vertical Δh da bolinha é dado por:

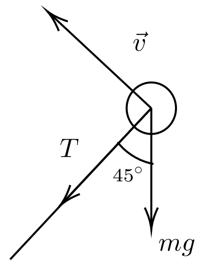
$$\Delta h = \pi r - (r \operatorname{sen} 45° - (\pi - \theta) r \cos 45°$$

$$\Delta h = \pi r - r\frac{\sqrt{2}}{2} + r(\pi - \theta)\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Conservando a energia mecânica do sistema:

$$\frac{1}{2}mv_o^2 = mg\Delta h + \frac{1}{2}mv^2 \implies v_o^2 = 2g\Delta h + v^2$$

Força resultante centrípeta na bolinha no final:



$\frac{mv^2}{r(\pi-\theta)} = T + mg\cos 45°$

Para a condição de mínima velocidade inicial, podemos dizer que, aproximadamente, $T \geqslant 0$ naquele ponto. Assim:

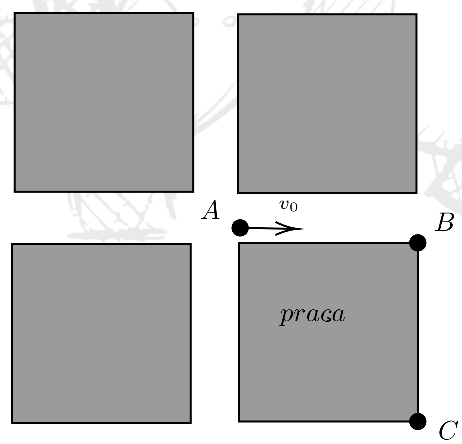
$$\frac{mv^2}{r(\pi-\theta)} - mg\frac{\sqrt{2}}{2} \geqslant 0$$

$$\frac{(v_o^2 - 2g\Delta h)}{r(\pi-\theta)} - g\frac{\sqrt{2}}{2} \geqslant 0$$

Finalmente, para $\theta = \frac{3\pi}{4}$, $\pi = 3$ e $\sqrt{2} = 1,4$, chegamos que, para a velocidade mínima:

$$\boxed{v_{0min} = 2,02\sqrt{gr}}$$

12. O ponto A da figura ao lado representa uma anbulância que se desloca com velocidsde constante de módulo $v_0 = 120\frac{km}{h}$. No instante em que ela começa a atravessar uma praça quadrada de, de lados 100 m, sua sirene de 1000 Hz é ligada. Assim que a ambulância cruza a praça, a sirene é desligada. Noa pontos B e C estão situados dois observadores. Desconsidere a largura das ruas e suponha que o som da sirene se propaga isotropicamente.



(a) Determine para cada observador (B e C), a maior e menor frequência sonora com que ouvem o som da sirene.

(b) Sejam f_b e f_c as frequências da ambulância percebidas por B e C. No mesmo plano cartesiano, faça gráficos de f_b e f_c em função do tempo t. Use o eixo horizontal para t. Adote $t = 0$ como o instante em que a ambulância liga a sirene.

Solução:

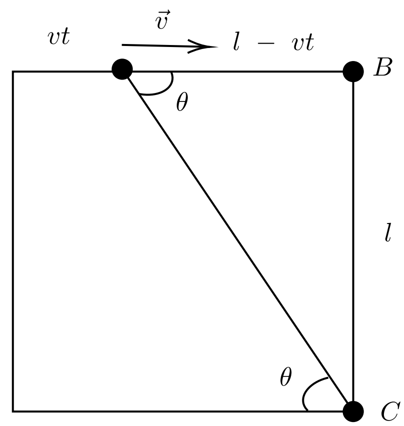
Pelo efeito doppler, sabemos que:

$$f = f_0\frac{v_s}{v_s - v_f}$$

Para o observador no ponto B, a frequência percebia será constante no tempo e possuirá valor de:

$$f_b = 1108,7Hz$$

Para analisarmos o efeito em C, façamos:



Para mensurarmos o efeito dopler em c, devemos ver a componente da velocidade que é paralela a linha que liga a fonte ao ponto c. Pela figura que:

$$\cos(\theta) = \frac{l - vt}{\sqrt{(l - vt)^2 + l^2}}$$

Logo, temos:

$$f = f_0 \frac{v_s}{v_s - \cos(\theta) v_f}$$

$$\boxed{f = f_0 \frac{v_s(\sqrt{(l - vt)^2 + l^2})}{v_s(\sqrt{(l - vt)^2 + l^2}) - (l - vt)v_f}}$$

Para acharmos o valor máximo e mínimo da frequência de c, analisaremos a figura: Perceba que o ângulo está aumentando com o tempo inde de $45\circ < \theta < 90.\circ$ Então, temos que o valor mínimo será quando $\cos(\theta) = 0$, ou seja, quando θ é $90\circ$. Logo temos que:

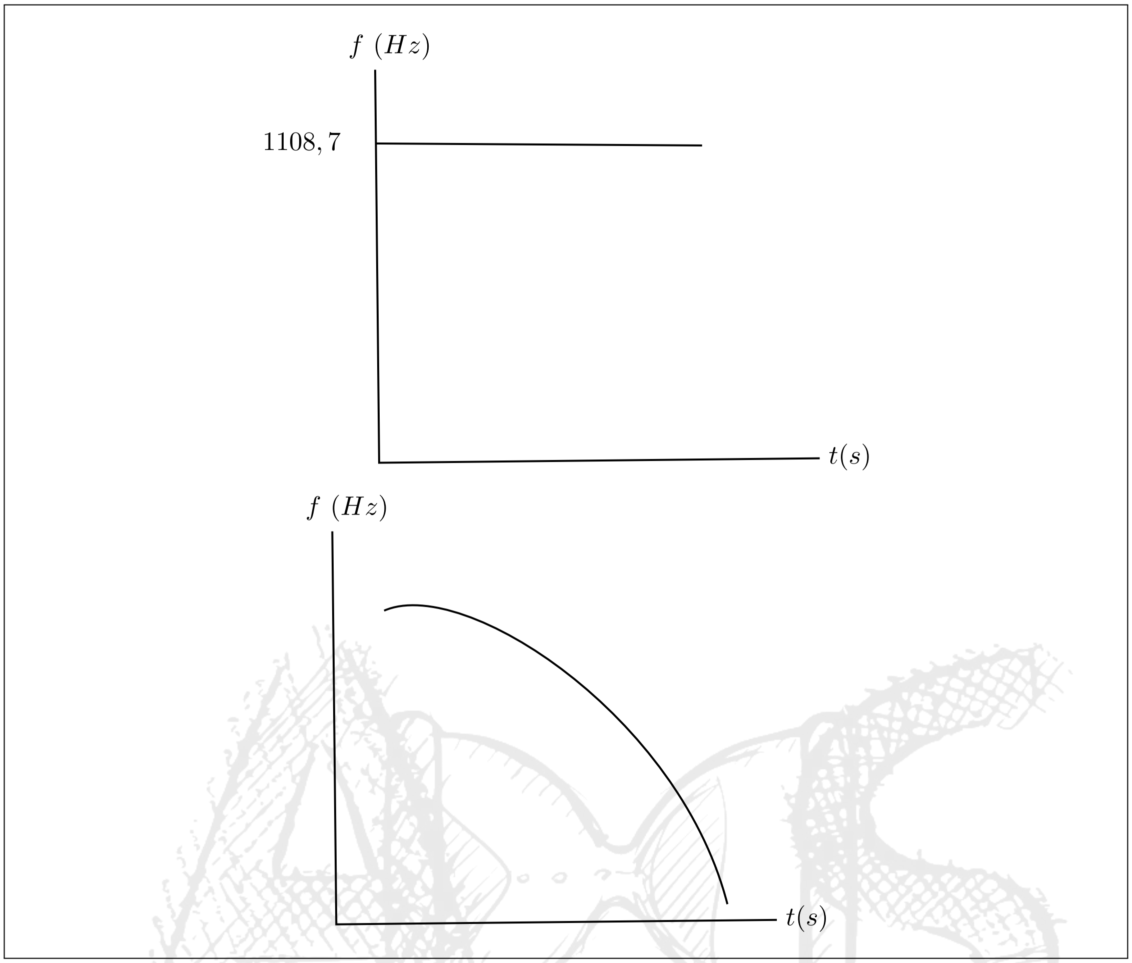
$$f = f_0 \frac{v_s}{v_s} = f_0$$

Para o valor máximo, temos que $\theta = 45\circ$, assim sendo:

$$f = f_0 \frac{v_s}{v_s - 0.7 v_f}$$

$$\boxed{f = 1073,7Hz}$$

b) Plotando os gráficos, obtemos:


$f\ (Hz)$
$1108,7$
$t(s)$
$f\ (Hz)$
$t(s)$