Comentário OBF 3° Fase, Nível 3

Autores: Felipe Brandão e Mychel Segrini

1. Três bolas de brinquedo, A, B, C, de mesmo raio e massas diferentes são abandonadas, em $t = 0s$, da janela de um prédio, localizada 20 m acima de um pátio vazio no piso térreo. A tabela ao lado mostra a altura aproximada das bolas em função do tempo t. As bolas sob a ação da força gravitacional (peso) e da força de resistência do ar, ou força de arrasto, $\mathrm{F}_{ar}.Essaforçaéopostaaomovimentodocorpoesuaintensidadeédadapor\mathrm{F}_{ar} = bv^2$, onde v é o módulo da velocidade do corpo em relação ao ar e b é uma constante positiva que depende da geometria do corpo e da densidade faça ar.

t(s)	y_a(m)	y_b(m)	y_c(m)
0.0	20.00	20.00	20.00
0.2	19.80	19.80	19.80
0.4	19.23	19.21	19.20
0.6	18.34	18.23	18.20
0.8	17.21	16.90	16.80
1.0	15.90	15.23	15.00
1.2	14.47	13.26	12.80
1.4	12.97	11.03	10.20
1.6	11.41	8.56	7.20
1.8	9.93	5.89	3.80
2.0	8.25	3.04	0.00

A ação de F_{ar} pode ser desprezada devido, entre outros, à combinação dos seguintes fatores: (1) velocidade suficientemente baixa e (2) corpo suficientemente massivo.

(a) Todos os corpos em queda no ar, depois de um intervalo de tempo suficientemente longo, se movem com velocidade constante, chamada velocidade terminal. A bola mais leve já atingiu a velocidade terminal? Quando? Qual seu valor terminal?

(b) A ação de F_{ar} durante toda a queda é desprezível para alguma bola? Qual? Justifique

(c) Sejam $m_3 > m_2 > m_1$ as massas das bolas. Estime a razão m_1/m_2

(d) É possível encontrar a razão m_3/m_1? Por que?

Solução:

a) Como o F_{ar} pode ser desprezado em corpos muito massivos, oa bola que mais "sente"a força de arrasto é a mais leve. Como podemos ver pelo gráfico, a que possui maior atraso em seu deslocamento é o A,logo ela é a mais leve. Quando um corpo atinge a velocidade terminal, sua velocidade passa a ser constante. Isso ocorre em A de 1,6 segundos em diante, pois a bola A percorre 1,58 metros de 1,6 a 1,8 segundos e, também, 1,58 metros de 1,8 a 2,0 segundos. Isso caracteriza uma velocidade constante de módulo $V_{lim} = \frac{1,58}{0,2} = 7,9m/s$

b) A ação do arrasto pode ser desprezada na bola C, pois a variação da velocidade no tempo se aproxima à gravidade, logo, é um objeto muito massivo.

c) Igualando o peso com a força de arrasto:

$$m_1 g = bv_1^2$$
$$m_2 g = bv_2^2$$

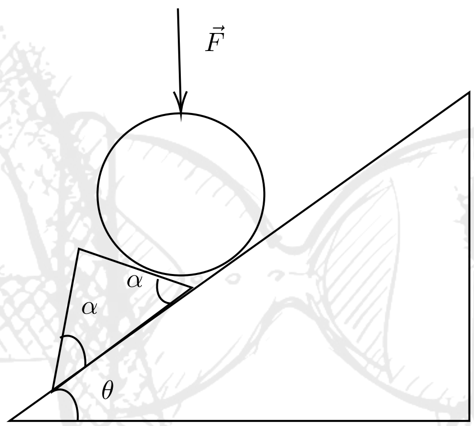
Como o enunciado nos diz que a geometria das bolas são idênticas, o coeficiente b também deve ser o mesmo. Logo, a razão de massas é igual a razão de velocidades terminais ao quadrado:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2}$$

$$\boxed{\frac{v_2^2}{v_1^2} = 1.8}$$

d) Não é possível, pois na bola C a resistência do ar é desprezível, logo, não temos como extrair nenhuma informação sobre a massa da bola.

2. Um carro està estacionado em um plano inclinado de angulo $\theta = 30°$, Para se assegurar que não deslize, foram colocados calços sob as rodas, conforme esquema na figura. O calço, que está fixo no plano inclinado, forma Angulo a com ele. Considere uma roda em equilibrio estático no qual atua uma força $\vec{F}$ de intensidade de 6000 N. Essa força, aplicada no eixo da roda, corresponde à resultante da carga do carro mais o peso da própria roda. Desconsidere as forças de atrito. Determine N, e Ne respectivamente, as intensidades das forças que o plano inclinado e o calço exercem na roda, nos seguintes casos:



(a) $\alpha = 45°$

(b) $\alpha = 60°$

Solução:

Para a condição de equilíbrio, devemos ter que:

$$\Sigma \vec{F_y} = 0$$

$$\Sigma \vec{F_x} = 0$$

Fazendo a decomposição das normais nos eixos x e y nos ângulos indicados na figura (por figura)

$$N_c \cos(\alpha - \theta) + N_p \cos(\theta) = F$$
$$N_c \,\text{sen}(\alpha - \theta) = N_p \,\text{sen}(\theta)$$

Isolando N_p da segunda solução, temos:

$$N_p = N_c \frac{\text{sen}(\alpha - \theta)}{\text{sen}(\theta)}$$

Substituindo isso na primeira equação, temos:

$$N_c \cos(\alpha - \theta) + N_c \frac{\text{sen}(\alpha - \theta)\cos(\theta)}{\text{sen}(\theta)} = F$$

Isolando N_c

$$N_c = F \frac{sen(\theta)}{\text{sen}(\theta)\cos(\alpha - \theta) + \text{sen}(\alpha - \theta)\cos(\theta)}$$

Perceba que soma em baixo corresponde a $\text{sen}(\alpha)$

Logo, N_c será:

$$\boxed{N_c = F \frac{\text{sen}(\theta)}{\text{sen}(\alpha)}}$$

Logo, N_p será:

$$\boxed{N_p = F \frac{\text{sen}(\alpha - \theta)}{\text{sen}(\alpha)}}$$

Substituindo os valores dados no enunciado, obteremos:

(a)

$$\boxed{N_c = 4285.7N}$$

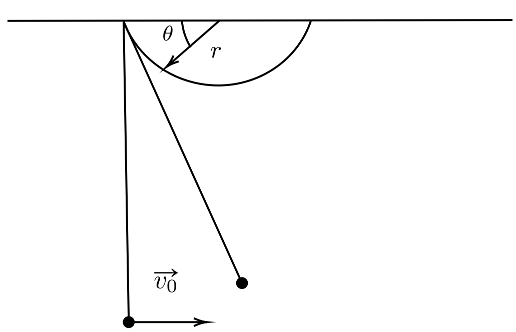
$$\boxed{N_p = 2100N}$$

(b)

$$\boxed{N_c = 3529.4N}$$

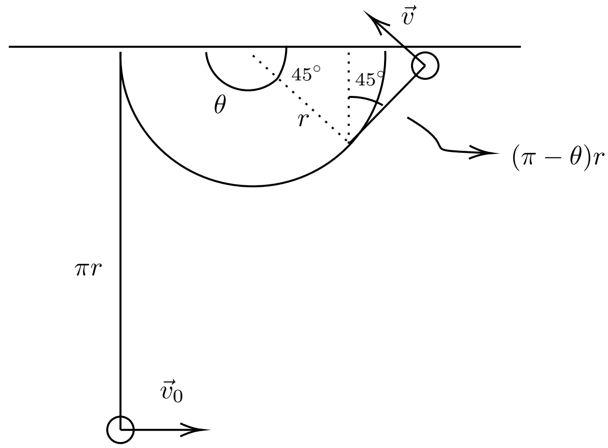
$$\boxed{N_p = 3335.3N}$$

3. Considere uma bancada horizontal de um laboratório didático na qual foi fixado um semicilindro rídio de raio r. Uma pequena esfera de massa m está conectada ao semicilindro por um fio de massa desprezível e comprimento L=πr, conforme ilustra a figura. Inicialmente, com $\theta = 0°$, o fio é vertical e tangencia o semicilindro. Determine o menor valor da intensidade da velocidade inicial da esfera, $v_0 = |\vec{v_0}|$, para que a esfera atinja a configuração com $\theta = 135°$ com o fio tensionado.



Solução:

Vamos analisar os estados inicial e final do sistema:



Da figura, o deslocamento vertical Δh da bolinha é dado por:

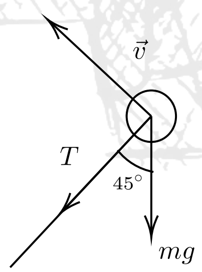
$$\Delta h = \pi r - (r \operatorname{sen} 45° - (\pi - \theta) r \cos 45°$$

$$\Delta h = \pi r - r\frac{\sqrt{2}}{2} + r(\pi - \theta)\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Conservando a energia mecânica do sistema:

$$\frac{1}{2}mv_o^2 = mg\Delta h + \frac{1}{2}mv^2 \implies v_o^2 = 2g\Delta h + v^2$$

Força resultante centrípeta na bolinha no final:



$$\frac{mv^2}{r(\pi-\theta)} = T + mg\cos 45°$$

Para a condição de mínima velocidade inicial, podemos dizer que, aproximadamente, $T \geqslant 0$ naquele ponto. Assim:

$$\frac{mv^2}{r(\pi - \theta)} - mg\frac{\sqrt{2}}{2} \geqslant 0$$

$$\frac{(v_o^2 - 2g\Delta h)}{r(\pi - \theta)} - g\frac{\sqrt{2}}{2} \geqslant 0$$

Finalmente, para $\theta = \frac{3\pi}{4}$, $\pi = 3$ e $\sqrt{2} = 1,4$, chegamos que, para a velocidade mínima:

$$\boxed{v_{0min} = 2,02\sqrt{gr}}$$

4. Considere uma máquina térmica que opera ciclicamente extraindo calor de uma formalha a 1027 °C e um rio que está a 27,0 °C. Um estudante de fisica faz um protótipo usando um gás ideal

monoatomico como o subsistema responsável pelas transferências de energia.

O gás ideal está encerrado na câmara de um cilindro ao qual está acoplado um pistão. Quando o pistão é travado o volume do gás é mantido constante. Quando a trava é removida o gás interage com um agente mecânico externo, trocando energia na forma de trabalho com ele, durante sua expansão ou compressão. As paredes do cilindro são condutoras de calor. A primeira versão do protótipo opera de acordo com o ciclo de quatro etapas:

1. O cilindro com o pistão travado e o gás com volume V_A 1,00 litro, pressão de 10^5 Pa, e temperatura 20.0°C, é inserido na fornalha. Aguarda-se o equilíbrio térmico.
2. Com o cilindro na fornalha, remove-se a trava do pistão. O gás se expande, realizando trabalho, até atingir o volume $V_b = 2{,}00$ litros.
3. O pistão é travado e transfere-se o cilindro da fornalha para o rio. Aguarda-se o equilíbrio térmico.
4. Com o cilindro na água, remove-se a trava do pistão. Comprime-se o gás, realizando trabalho sobre ele, até atingir novamente o volume V_A

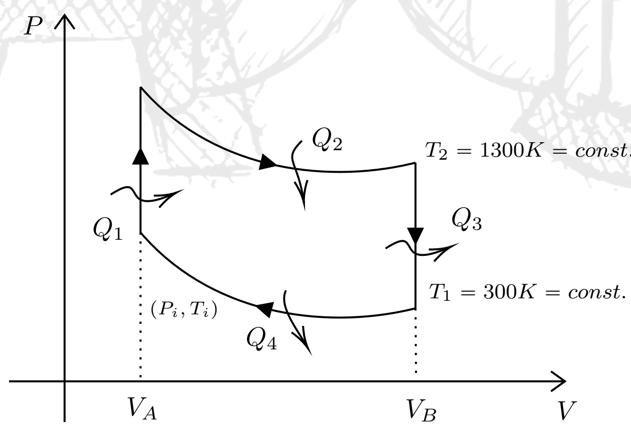
(a) Qual o trabalho realizado (saldo da energia mecânica transferida) pelo gás, por ciclo?

(b) Qual a eficiência deste protótipo de máquina térmica?

(c) Qual a máxima eficiência termodinâmica que uma máquina térmica pode ter operando usando a fornalha como fonte quente e o rio como fonte fria?

Solução:

De acordo com o enunciado, além dos momentos de volume constante, o cilindro passa por momentos de temperatura constante, nos quais a única forma de energia trocada é em trabalho. Assim, podemos desenhar o nosso ciclo termodinâmino:



(a) A primeira etapa trata-se da entrada do cilindro na fornalha; como nos é fornecido a temperatura, volume e a pressão nesse ponto ($T_i = 20°C = 293K$,$V_i = 1L$,$P_i = 10^5 Pa$), podemos fazer:

$$P_iV_i = nRT_i \implies nR = \frac{P_i v_i}{T_i} = \frac{10^5 \times 1}{293K} = 341,3\frac{Pa \times L}{K}$$

Como o trabalho nas isocóricas é nulo, inicialmente calcularemos apenas o trabalho das isotérmicas, que valem:

$$|W_2| = nRT_2 \ln\frac{V_B}{V_A}$$

$$|W_4| = nRT_1 \ln \frac{V_B}{V_A}$$

Logo, sendo o trabalho resultante $\Delta W = |W_2| - |W_4|$ e $\ln 2 = 0,69$:

$$|\Delta W| = nR\ln 2(T_2 - T_1) = 235,5 \times 10^3 J \implies \boxed{|\Delta W| = 235,5kJ}$$

(b) O rendimento é dado pela seguinte expressão:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_3| + |Q_4|}{|Q_1| + |Q_2|}$$

Sendo os processos (1) e (3) isocóricas, o Q de cada processo será:

$$|Q_1| = nC_v\Delta T = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = |Q_3|$$

$$|W_2| = |Q_2|$$

$$|W_4| = |Q_4|$$

Substituindo em η:

$$\eta = \frac{\frac{nR(T_2-T_1)}{\gamma-1} + nRT_1 \ln \frac{V_B}{V_A}}{\frac{nR(T_2-T_1)}{\gamma-1} + nRT_2 \ln \frac{V_B}{V_A}}$$

$$\eta = 1 - \frac{(T_2 - T_1) + T_1 \ln 2(\gamma - 1)}{(T_2 - T_1) + T_2 \ln 2(\gamma - 1)}$$

Como o gás é monoatômico, $\gamma = \frac{5}{3}$. Fazendo as contas:

$$\boxed{\eta = 28,8\%}$$

(c) Para um máquina de máxima eficiência, deve-se usar a eficiência de Carnot; assim:

$$\eta_{\text{máx}} = 1 - \frac{T_{\text{min}}}{T_{\text{máx}}} = 1 - \frac{300}{1300}$$

$$\boxed{\eta_{\text{máx}} = 77\%}$$

5. Durante uma experiência de óptica em um laboratório didático, uma estudante faz a montagem na qual uma vella de 4,0 cm de altura é posicionada entre uma lente convergente e um espelho côncavo, conforme diagrama mostrado na figura. O espelho e a lente têm distâncias focais, respectivamente de 10,0 cm e 30,0 cm. A lente e a vela e a lente são posicionadas, respectivamente, a 15,0 cm e 45,0 cm do espelho.

   (a) Determine a posição e a altura da imagem vista pela estudante.

   (b) Apresente o esquema com os raios de luz que determina geometricamente a imagem.

Solução:

OBS.: O enunciado apresenta um erro de digitação que afeta a resolução da questão, entretanto, preferimos mantê-lo inalterado.

a) Primeiro, devemos calcular a posição da imagem formada pelo espelho côncavo (p'):

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{p} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{10} - \frac{1}{15} \Rightarrow$$
$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{30} \Rightarrow p' = 30\ cm$$

Agora, sabendo a posição p' e que a imagem formada pelo espelho servirá de objeto para a lente convergente, podemos escrever a posição p" da outra imagem:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p''} + \frac{1}{45 - p'} \Rightarrow \frac{1}{p''} = \frac{1}{30} - \frac{1}{15} \Rightarrow$$
$$\frac{1}{p''} = -\frac{1}{30} \Rightarrow p'' = -30\ cm$$

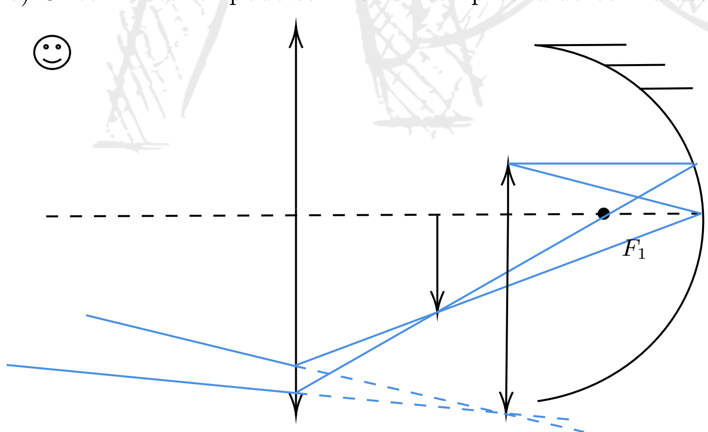
Enfim, a distância entre a imagem final e o espelho é:

$$p_f = p'' + 45 \Rightarrow \boxed{p_f = 15\ cm}$$

Para a altura do obejto, podemos usar as equações de aumento, para a primeira e segunda imagem; sendo i a altura da imagem formada apartir do espelho e i' a altura da imagem formada apartir da lente.

$$A = \frac{i}{o} = \frac{f}{f-p} \Rightarrow i = o\left(\frac{f}{f-p}\right)$$

b) O item anterior pode ser melhor compreendido com o desenho abaixo:



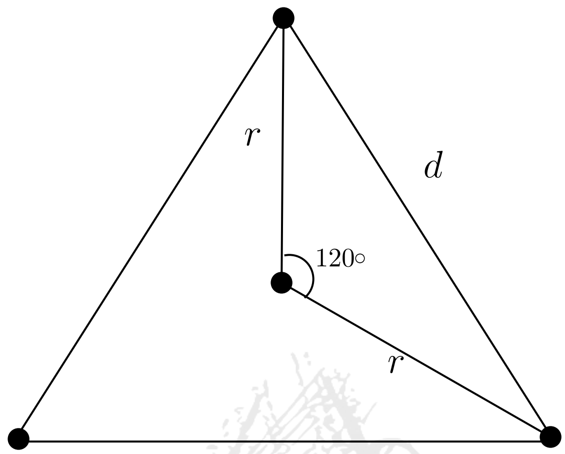
6. No início do século XX, principalmente depois da descoberta da equivalência entre massa e energia por Einstein, foram propostos modelos nos quais a massa do elétron era devida apenas à atração eletrostática. Considere que o elétron é formado por três partículas com massas desprezíveis (quando distantes) e cargas iguais a q=e/3. Dados, aproximadamente, massa do elétron m = 9,0 x 10^{-31} kg e carga elementar e= 1,6 $\times$ 10^{-19} C, determine:
   (a) A energia W necessária para aproximar as três particulas, inicialmente afastadas, até uma distância d uma da outra.

(b) Desconsiderando a interação necessária para manter as partículas próximas, qual seria o valor de d segundo esses modelos do início do século XX?

(c) Qual seria o valor do raio do elétron dessa proposta?

Solução:

Esperamos que na situação final a configuração seja assim(usando o fato que as três cargas são equidistantes):



(a) Sabemos que $W = -\Delta U$, logo:

$$W = U(d) - U(\infty) = \frac{kq^2}{d} + \frac{kq^2}{d} + \frac{kq^2}{d} = \frac{ke^2}{3d}$$

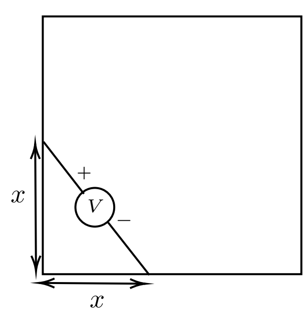
(b) Podemos supor que $U(d) = mc^2$. Assim:

$$mc^2 = \frac{ke^2}{3d} \Rightarrow d = \frac{ke^2}{3mc^2} \approx 9,48.10^{-16} m/s$$

(c) Podemos usar a lei dos cossenos no triângulo apresentado:

$$d^2 = r^2 + r^2 - 2r^2 \cos(120°) \Rightarrow \boxed{r = \frac{d\sqrt{3}}{3} \approx 5,37.10^{-16} m/s}$$

7. Uma espira quadrada de aresta a e resitência r está na presença de um campo magnético uniforme $\vec{B}$ de direção perpendicular ao plano da espira, sentido saindo do plano do papel e cuja intensidade B aumenta com a taxa $\dot{B} = \dfrac{\Delta B}{\Delta t}$ constante($\dot{B} > 0$). Um voltímetro de resistência interna R é ligado à espira por fios de resistências desprezíveis conforme mostrado na figura. Determine:



(a) O valor da corrente i que percorre a espira quadrada quando x=a

(b) A tensão V no voltímetro em função de x

Solução:

(a) Podemos montar o seguinte sistema de equações para o circuito:

$$\epsilon_1 - r_1 - Ri = 0$$
$$\epsilon_2 - r_2(I - i) + Ri = 0$$

Em que i é a corrente que flui no voltímetro, e I é a corrente que flui na espira. r_1 e r_2 são as resistências dos lados esquerdos e direitos do quadrado, respectivamente, e ϵ_1 e ϵ_2 são as eletromotrizes induzidas de baixo e de cima, respectivamente.

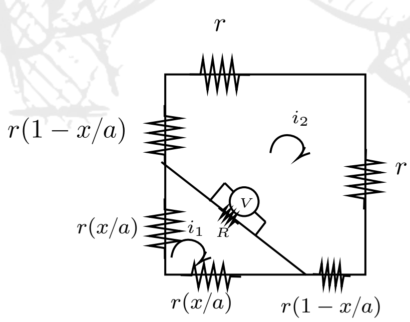
Sabemos que:

$$\epsilon_1 = \frac{\dot{B}A_1}{t} = \frac{\dot{B}x^2}{2}$$
$$\epsilon_2 = \frac{\dot{B}A_2}{t} = \dot{B}\left(a^2 - \frac{x^2}{2}\right)$$

Podemos substituir no sistema de equações anterior, e isolar o valor de i, que será de:

$$\boxed{i = \frac{\dot{B}a(x-a)}{R \cdot \frac{2r}{x} + r\left(1 - \frac{x}{2a}\right)}}$$

(b) Pensando no sistema como duas malhas independentes onde circulam correntes i_1 e i_2 (veja a figura), a tensão medida pelo voltímetro será $V(x) = R[i_2(x) - i_1(x)]$.



Para descobrir i_1 e i_2, façamos:

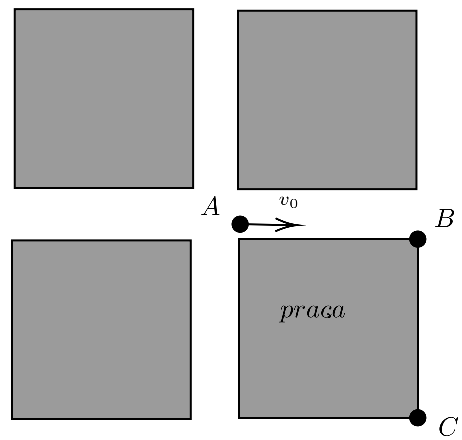
$$i_1 = \frac{\varepsilon_1}{R_1^{eq}} = \frac{x^2\dot{B}}{2} \cdot \frac{1}{R + 2r\frac{x}{a}}$$

$$i_2 = \frac{\varepsilon_2}{R_2^{eq}} = \left(a^2 - \frac{x^2}{2}\right)\dot{B} \cdot \frac{1}{R + 2r\left(2 - \frac{x}{a}\right)}$$

Assim, temos:

$$V(x) = \frac{R\dot{B}}{2}\left[\frac{2a^2 - x^2}{R + 2r\left(2 - \frac{x}{a}\right)} - \frac{x^2}{R + 2r\frac{x}{a}}\right]$$

8. O ponto A da figura ao lado representa uma anbulância que se desloca com velocidsde constante de módulo $v_0 = 120\frac{km}{h}$. No instante em que ela começa a atravessar uma praça quadrada de, de lados 100 m, sua sirene de 1000 Hz é ligada. Assim que a ambulância cruza a praça, a sirene é desligada. Noa pontos B e C estão situados dois observadores. Desconsidere a largura das ruas e suponha que o som da sirene se propaga isotropicamente.



(a) Determine para cada observador (B e C), a maior e menor frequência sonora com que ouvem o som da sirene.

(b) Sejam f_b e f_c as frequências da ambulância percebidas por B e C. No mesmo plano cartesiano, faça gráficos de f_b e f_c em função do tempo t. Use o eixo horizontal para t. Adote $t = 0$ como o instante em que a ambulância liga a sirene.

Solução:

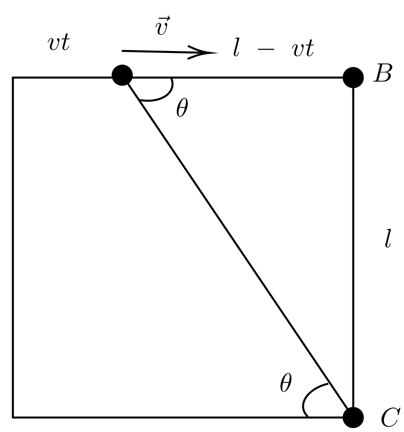
Pelo efeito doppler, sabemos que:

$$f = f_0 \frac{v_s}{v_s - v_f}$$

Para o observador no ponto B, a frequência percebia será constante no tempo e possuirá valor de:

$$f_b = 1108,7Hz$$

Para analisarmos o efeito em C, façamos:



Para mensurarmos o efeito dopler em c, devemos ver a componente da velocidade que é paralela a linha que liga a fonte ao ponto c. Pela figura que:

$$\cos(\theta) = \frac{l - vt}{\sqrt{(l - vt)^2 + l^2}}$$

Logo, temos:

$$f = f_0 \frac{v_s}{v_s - \cos(\theta) v_f}$$

$$\boxed{f = f_0 \frac{v_s(\sqrt{(l - vt)^2 + l^2})}{v_s(\sqrt{(l - vt)^2 + l^2}) - (l - vt) v_f}}$$

Para acharmos o valor máximo e mínimo da frequência de c, analisaremos a figura: Perceba que o ângulo está aumentando com o tempo inde de $45\circ < \theta < 90.\circ$ Então, temos que o valor mínimo será quando $\cos(\theta) = 0$, ou seja, quando θ é $90\circ$. Logo temos que:

$$f = f_0 \frac{v_s}{v_s} = f_0$$

Para o valor máximo, temos que $\theta = 45\circ$, assim sendo:

$$f = f_0 \frac{v_s}{v_s - 0.7 v_f}$$

$$\boxed{f = 1073,7 Hz}$$

b) Plotando os gráficos, obtemos: