

Simulado OBM - Ampulheta do Saber

Nível 1 - (6° ou 7° ano)



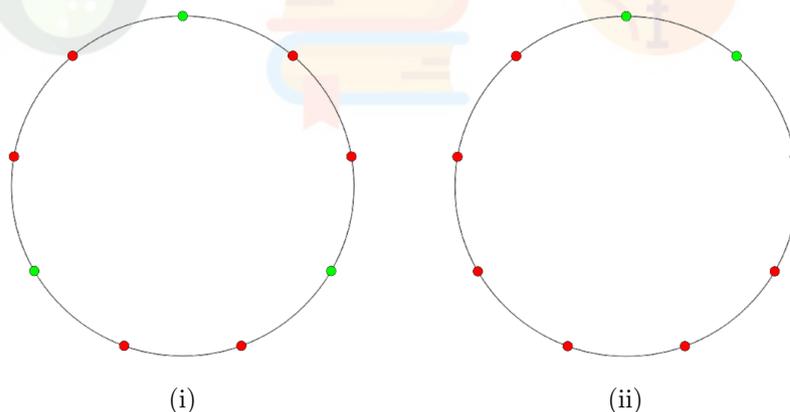
1. Um inteiro positivo N é dito *brasileiro* se seus dígitos são 1, 2 ou 3 e todos os números de 2 algarismos formados por 2 dígitos consecutivos de N são distintos.

- (a) Existe um número *brasileiro* de 10 dígitos?
- (b) Existe um número *brasileiro* de 11 dígitos?

2. João escreve 5 inteiros positivos (não necessariamente distintos) tal que o produto deles é igual a sua soma. Quais podem ser os números escritos por João?

3. Esmeralda possui 9 bolas em um círculo, sendo elas verdes ou vermelhas. Ela brinca de mover as bolas da seguinte forma: Se duas bolas vizinhas possuem a mesma cor, ela troca cada uma delas com sua outra vizinha.

- (a) Explique porque Esmeralda sempre poderá mover as bolas.
- (b) Mostre que não é possível Esmeralda começar na configuração (i) e alcançar a configuração (ii):



4. Seja ABC um triângulo e defina D e E pontos sobre BC tais que $\overline{AD} = \overline{AB}$ e $\overline{AE} = \overline{AC}$. E, tome os pontos K e L para serem os pontos sobre AB e AC respectivamente tais que $\overline{AK} = \overline{AB}$ e $\overline{AL} = \overline{AC}$. Sendo P a interseção das retas DL e EK , prove que $ADEP$ e $AKLP$ são ambos cíclicos.

5. É possível colorir os inteiros positivos de 3 cores (cada cor aparece no mínimo uma vez) tal que a cor da soma de dois números de cores distintas é a terceira cor?