Simulado OBM - Ampulheta do Saber

Nível 2 - (8° ou 9° ano)

---

1. Prove que para todo inteiro positivo n, existe um inteiro positivo m tal que

$$(\sqrt{2}+1)^n = \sqrt{m} + \sqrt{m-1}.$$

---

2. João está brincando com números em um quadro. Inicialmente ele escreve alguns reais positivos e, vai realizando a seguinte operação: apaga dois números a e b do quadro e escreve $\dfrac{ab}{a+b}$. João opera até que reste apenas um número no quadro. Prove que tal número independe da ordem em que João opera.

---

3. Seja ABC um triângulo com incírculo ω e incentro I. Sejam D, E e F os pontos de tangencia de ω a BC, AC e AB respectivamente. Defina P como a interseção da reta AD com a circunferência (AEF). Prove que $\angle FPB = \angle CPE$.