Simulado OBM - Ampulheta do Saber
Nível 3 - (Ensino Médio)

---

4. Suponha que $a_1, a_2, \ldots, a_n$ e $b_1, b_2, \ldots, b_n$ são números reais tal que

$$(a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2 - 1)(b_1^2 + b_2^2 + \cdots + b_n^2 - 1) > (a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n - 1)^2.$$

Prove que $a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2 > 1$ e $b_1^2 + b_2^2 + \cdots + b_n^2 > 1$.

---

5. Determine o maior inteiro positivo n para o qual existe uma sequência de inteiros positivos distintos s_1, s_2, ..., s_n tal que

$$s_1^{s_2} = s_2^{s_3} = \ldots = s_{n-1}^{s_n}$$

---

6. Em um grupo de 2021 pessoas, 1400 delas são *sabotadores*. Sherlock quer encontrar um sabotador. Existem algumas missões em que cada uma precisa de exatamente 3 de pessoas para serem realizadas. Uma missão falha se pelo menos um dos três participantes dessa missão for um sabotador! Em cada rodada, Sherlock escolhe 3 pessoas, envia-as para uma missão e vê se ela falha ou não. Qual é o número mínimo de rodadas que ele precisa para atingir seu objetivo?