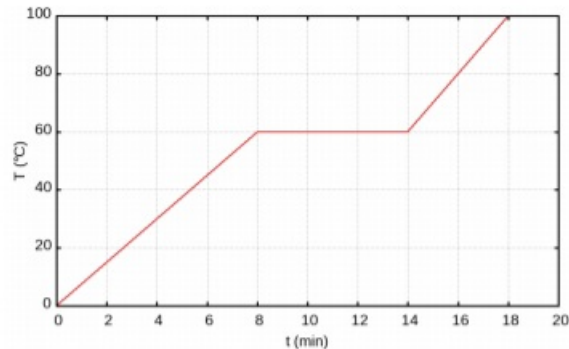


Comentário OBF - Fase 2 Nível III

Autores: Arthur Gurjão, Arthur Uchoa, João Victor Evers, Inácio Sampaio, Gisela Ceresér, Patrick Silva e Felipe Brandão

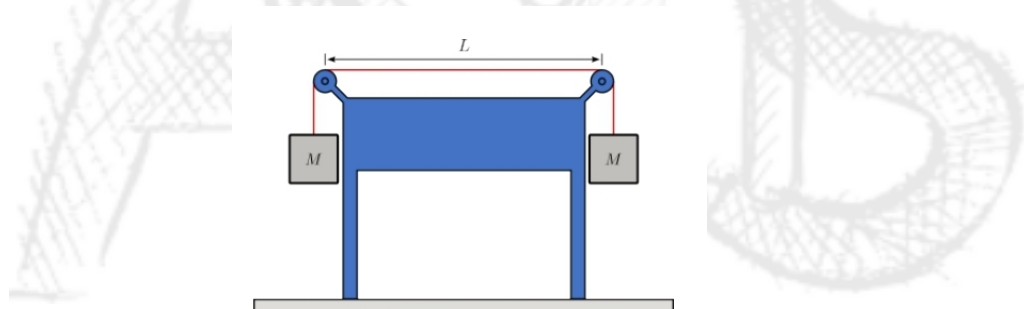


Questão 1. Uma barra de 200 g de uma substância à temperatura inicial $T_i = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ é aquecida dentro de um recipiente que lhe transfere energia na forma de calor a uma taxa constante. A figura ao lado mostra a variação da temperatura da substância em função do tempo. Sabendo que ao final de 18 minutos foram transferidas 453,6 kJ, determine:



- O calor latente de fusão desta substância em cal/g.
- A razão c_l/c_s onde c_l e c_s são, respectivamente, os calores específicos desta substância nas fases líquida e sólida.

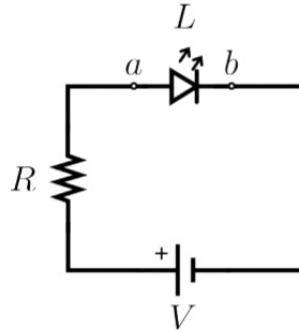
Questão 2. A figura ao lado mostra um fio que passa por duas polias ideais e que é tensionado por dois blocos de massa $M = 6,00\text{ kg}$ que estão presos às suas extremidades. O trecho horizontal do fio tem comprimento $L = 0,90\text{ m}$ e o conjunto está em equilíbrio estático. O diâmetro do fio é 0,40 mm e a densidade do aço é $8\text{ }000\text{ kg/m}^3$.



Determine:

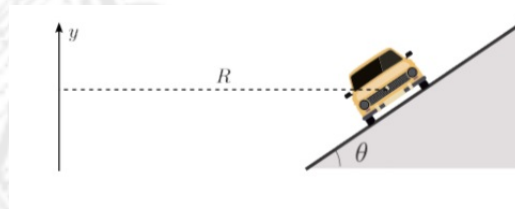
- A densidade linear de massa do fio, em g/m.
- A menor frequência, em Hz, da onda estacionária transversal que o trecho horizontal do fio pode apresentar.

Questão 3. Diodos emissores de luz, ou LEDs, da sigla em inglês Light Emitting Diode são dispositivos eletrônicos cada vez mais utilizados. A intensidade da luz emitida por um LED é uma função crescente da corrente que o percorre e que não pode superar determinado valor i_{max} que poderia queimá-lo. Por isso, em geral, um LED é ligado em série com uma resistência de proteção cuja função é limitar a corrente. Outra característica importante de um LED é o valor mínimo da tensão V_0 abaixo do qual ele não brilha (e a corrente que o percorre é nula ou desprezível). O circuito ao lado apresenta, ligados em série, um LED L (entre os terminais a e b), uma bateria ideal de tensão $V = 9,00\text{ V}$ e um resistor de resistência R. Suponha que a máxima corrente suportada pelo LED seja $i_{max} = 20,0\text{ mA}$, que o circuito opere com uma corrente de 75% de i_{max} e que a tensão aplicada no LED seja $V_d = 3,00\text{ V}$



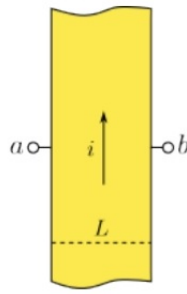
- (a) Qual a potência dissipada no LED, em W?
 (b) Qual o valor de R, em Ω (ohms).

Questão 4. Uma curva de estrada é compensada quando o plano de rodagem se inclina em direção ao centro de curvatura de um ângulo θ em relação à horizontal. Na figura (fora de escala) o eixo vertical y passa pelo centro da trajetória circular de raio R executada pelo carro. Se $\theta = 0^\circ$, a curva não é compensada. Um engenheiro está planejando uma estrada na qual o coeficiente de atrito estático entre os pneus e o pavimento é $\mu = 0,60$ e está considerando o caso em que carros trafegam com velocidade de módulo constante de $V = 108 \text{ km/h}$. Determine o menor valor de R , em m, com o qual os carros fazem as curvas sem derrapar, nos casos:



- (a) $\theta = 0^\circ$
 (b) $\theta = 15^\circ$

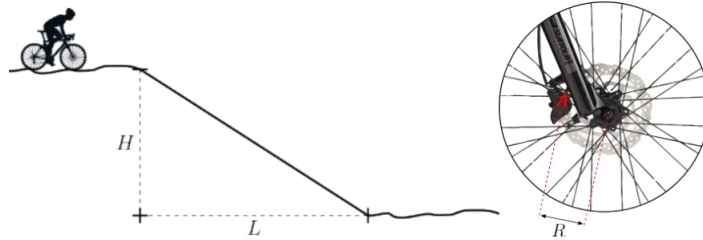
Questão 5. Uma fita metálica de cobre de largura $L = 1,00\text{cm}$ e espessura $d = 10\text{m}$ é percorrida por uma corrente de $i = 2,0\text{A}$, conforme mostra a figura. A fita está na presença de um campo magnético uniforme B perpendicular ao plano da fita e, portanto, na direção da espessura da fita. Nos terminais a e b , cada um deles ligado a um dos lados da fita, é conectado um voltímetro (não mostrado na figura) que mede a diferença de potencial $V_a - V_b = 12\text{V}$. Considere que o cobre apresenta $8,5 \times 10^{28}$ elétrons de condução por m^3 e adote a convenção de que $B > 0$ se B estiver saindo do papel. Determine:



- (a) A velocidade de deriva dos elétrons v_d , ou seja, a velocidade associada à corrente i , em m/s.
 (b) $\frac{B}{|B|}$ (Responda 1 se \vec{B} estiver saindo do papel e -1 caso contrário.)
 (c) $|B|$ em tesla.

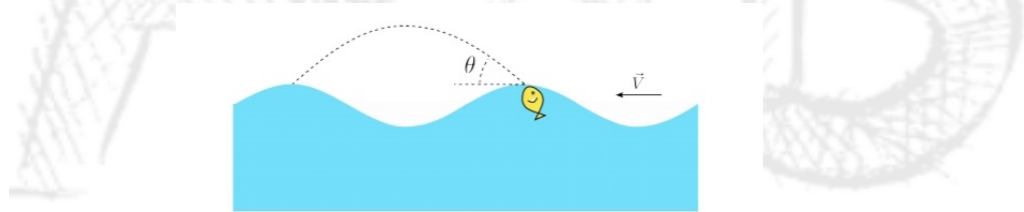


Questão 6. Fazendo uma trilha com sua bicicleta, um ciclista desce uma rampa com uma velocidade constante de $6,0 \text{ m/s}$. A figura abaixo à esquerda, na qual $H = 9,00 \text{ m}$ e $L = 12,0 \text{ m}$, mostra a rampa e a figura abaixo à direita mostra o sistema de freios a disco instalados nas duas rodas da bicicleta. Ao acionar o freio com a roda em movimento a peça A aplica uma força dissipativa de intensidade F no disco a uma distância média de $R = 80 \text{ mm}$ do eixo de rotação. Nesta bicicleta as rodas têm diâmetro de 700 mm , os discos são feitos de aço (calor específico de $0,100 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$) e cada um tem uma massa de 150 g . Desconsidere a ação das demais forças dissipativas. A massa do conjunto ciclista-bicicleta é 80 kg .



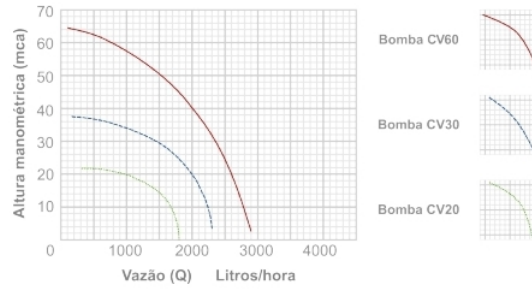
- (a) Considere que 60% da energia mecânica dissipada durante a descida seja convertida em calor transferido aos discos (os 40% restantes são transferidos para o ambiente, pelo vento, radiação, etc). Qual a variação da temperatura dos discos em $^\circ\text{C}$?
- (b) Considere que o freio é aplicado nas duas rodas de maneira uniforme em toda a descida. Qual a intensidade de F em N ?

Questão 7. Um pequeno peixe se lança com velocidade \vec{v}_0 do alto da crista de uma onda em direção à crista da onda à frente, conforme mostra a figura. As ondas têm velocidade de $3,00 \text{ m/s}$ e frequência de $2,00 \text{ Hz}$. A velocidade \vec{v}_0 forma um ângulo $\theta = 15^\circ$ com a horizontal. Considere apenas o movimento do centro de massa do peixe e despreze a resistência do ar.



- (a) Qual a distância entre as cristas das ondas, em m ;
- (b) Qual o módulo velocidade com que o peixe emerge da crista \vec{v}_0 , em m/s ?

Questão 8. Um proprietário rural cava uma cisterna em sua residência e utiliza uma bomba periférica para elevar a água coletada a uma altura de 20 m em relação à superfície da água na cisterna. Para transportar a água ele usa uma mangueira cilíndrica de área de seção transversal $3,00 \text{ cm}^2$. O gráfico abaixo mostra como varia a pressão manométrica em função da vazão da água na saída da tubulação para diferentes modelos de bomba. O proprietário instalou o modelo de bomba CV30.



- (a) Qual a potência mínima da bomba, em W?;
- (b) Qual a velocidade da água na mangueira, em m/s?;





Questão 1, item a)

O calor latente de fusão L é definido por:

$$L = \frac{Q_f}{m}$$

Onde Q_f é o calor cedido durante o processo de fusão e m é a massa da amostra do material. Seja \dot{Q} o calor transferido à amostra por unidade de tempo. Como essa taxa é constante,

$$\dot{Q} = \frac{Q_{tot}}{\Delta t_{tot}} = \frac{453,6\text{kJ}}{18\text{min}} = 420\text{J/s} = 100\text{cal/s}$$

Sabe-se que durante a fusão, a temperatura do sistema é mantida constante. Isso corresponde ao intervalo de tempo de 8 a 14 min. Logo,

$$Q_f = \dot{Q} \cdot \Delta t_f = 100\text{cal/s} \cdot (14 - 8)\text{min} = 36\text{kcal}$$

Substituindo na definição,

$$L = \frac{Q_f}{m} = \frac{36\text{kcal}}{200\text{g}} = \boxed{180\text{cal/g}}$$

Resposta: 180cal/g

Questão 1, item b)

O calor específico é definido por:

$$c = \frac{Q}{m\Delta T}$$

Onde m é a massa da amostra e ΔT é a variação de temperatura associada ao calor Q . Queremos associar essas grandezas às grandezas do gráfico, no caso temperatura T e tempo t . Notando que $Q = \dot{Q}\Delta t$, temos que:

$$c = \frac{\dot{Q}}{m} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta T}$$

Mas $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \alpha$ é coeficiente angular do gráfico! Portanto:

$$c = \frac{\dot{Q}}{m} \cdot \alpha^{-1}$$

Isso faz sentido intuitivo, pois quanto mais inclinado é o gráfico, ela esquenta mais rápido, indicando que estamos precisando de menos calor.

Finalmente, como \dot{Q} e m são constantes,

$$\frac{c_l}{c_s} = \frac{\frac{\dot{Q}}{m} \alpha_l^{-1}}{\frac{\dot{Q}}{m} \alpha_s^{-1}} = \frac{\alpha_s}{\alpha_l} = \frac{(80 - 60)^\circ\text{C} / 2\text{min}}{(60 - 0)^\circ\text{C} / 8\text{min}} = \boxed{0,75}$$

Resposta: 0,75



Questão 2, item a)

Para descobrir a densidade linear a partir da densidade volumétrica, consideramos a corda como um cilindro de raio $r = \frac{d}{2} = 0,2 \cdot 10^{-3}$ m e de dado comprimento x . Sendo assim, a densidade volumétrica fica:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\pi r^2 x} = \frac{\mu}{\pi r^2} \implies \mu = \pi r^2 \rho$$

Que, fazendo as contas, resulta em:

$$\mu = 9,6 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m} \implies \boxed{\mu = 0,96 \text{ g/m}}$$

Questão 2, item b)

A tensão na corda pode ser facilmente calculada, pois, como o sistema está em equilíbrio estático, $T = mg = 60$ N. Agora, utilizando a equação de Taylor:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = 250 \text{ m/s}$$

Para ondas com extremidades fixas, a menor frequência ocorre no 1º harmônico de oscilação, que implica em $\lambda = 2L$. Finalmente, como $v = \lambda f$, temos:

$$\boxed{f = \frac{v}{2L} = 138,89 \text{ Hz}}$$

Resposta: a) 0,96 g/m; b) 138,89 Hz

Questão 3, item a)

Se o circuito opera com uma corrente que vale 75% de $i_{max} = 2$, temos $i_{circuito} = 15$ mA. A tensão aplicada no LED é de 3 V.

A potência de um dado componente do circuito é dada pelo seguinte:

$$P = U \cdot i$$

Sendo U a tensão aplicada, em V, e i a corrente do circuito, em A. Logo, substituindo valores:

$$P = 3V \cdot (15 \cdot 10^{-3})A$$

$$\boxed{P = 0,045W}$$

Resposta: 0,045W

Questão 3, item b) De acordo com a 1ª Lei de Ohm, a resistência é definida por:

$$U = R \cdot i$$

Sendo U a tensão no resistor, em V, e i a corrente do circuito, em A.

A tensão total da bateria é 9V, enquanto no LED é 3V. Logo, a tensão no resistor será de $9V - 3V = 6V$. Agora, substituindo os valores, obtemos o seguinte:

$$6V = R \cdot (15 \cdot 10^{-3})A$$

$$\boxed{R = 400\Omega}$$

Resposta: 400Ω



Questão 4, item a)

Para que o carro não derrape, a força aplicada no sentido ao centro da curvatura, ou seja, a força centrípeta F_c , deve ser igual àquela que aponta radialmente, ou seja, a força de atrito F_{at} . Essas forças podem ser definidas por:

$$F_c = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

$$F_{at} = \mu \cdot F_N$$

Onde m é a massa do corpo, em kg, v é a velocidade do corpo, em m/s, R é o raio de curvatura, em m, μ é o coeficiente de atrito e F_N é a força normal do corpo, em N.

Neste caso, como o corpo sofre com a ação da aceleração da gravidade sem nenhuma inclinação, a F_N é dada por $F_N = mg$, onde m é a massa do corpo, em kg, e g é a aceleração gravidade, em m/s^2 .

Finalmente, para encontra o menor raio possível, devemos igualar as duas forças:

$$F_c = F_{at}$$

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = \mu \cdot F_N \implies m \cdot \frac{v^2}{R} = \mu \cdot m \cdot g$$

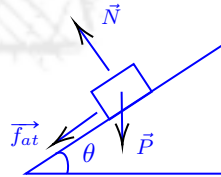
$$\frac{v^2}{R \cdot g} = \mu \implies \frac{v^2}{\mu \cdot g} = R$$

Substituindo os valores e passando a velocidade para m/s, chegamos que:

$$R = \frac{900}{6} = 150m$$

Questão 4, item b)

Para que o carro não derrape, a força radial na direção do centro da curva deve ser igual a força centrípeta. Entretanto, pede-se o valor do menor raio possível. A força centrípeta é inversamente proporcional ao raio, então quanto menor ele for, maior a força. Portanto, isso é a condição de maior centrípeta, quando atrito e normal apontarem para o centro.



Logo, ao igualarmos as forças em \vec{y} e usarmos que $F_{at} = \mu N$, temos que:

$$N \cos(\theta) = mg + \mu N \sin(\theta) \implies N = \frac{mg}{\cos(\theta) - \mu \sin(\theta)}$$

Podemos calcular a centrípeta ao igualarmos-na às forças radiais sofridas pelo carro:

$$F_{cp} = \frac{mv^2}{R} = N \sin(\theta) + \mu N \cos(\theta)$$

$$\frac{mv^2}{R} = mg \frac{\sin(\theta) + \mu \cos(\theta)}{\cos(\theta) - \mu \sin(\theta)}$$

Plugando os valores numéricos, convertendo a velocidade de km/h para m/s e fazendo as contas, chegamos que:

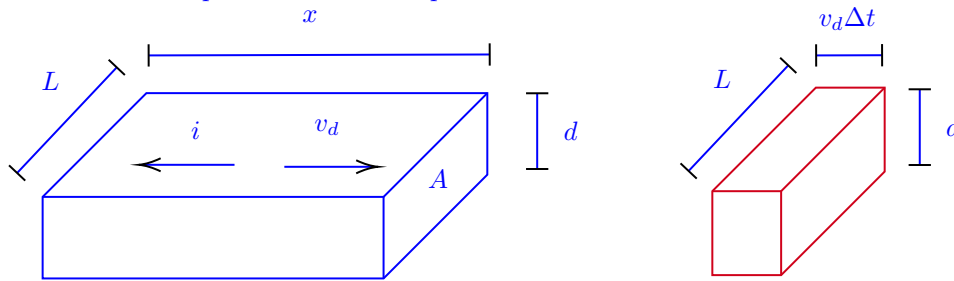
$$R = 87m$$

Resposta: a) 150m, b) 87m



Questão 5, item a)

Considere um trecho da fita de cobre de tamanho arbitrário x . Como os elétrons tem carga negativa, v_d deve ser no sentido oposto de i . Vamos contar quantos elétrons atravessam a área marcada A por unidade de tempo.



Após um certo Δt , note que todos os elétrons que atravessaram a área A estarão contidos num paralelogramo com as dimensões da fita e de comprimento $v_d \Delta t$. A densidade de elétrons de condução nessa região deve ser a mesma do resto do material, portanto,

$$n = V\rho = Ldv_d\Delta t\rho$$

$$\dot{n} = \frac{n}{\Delta t} = Ldv_d\rho$$

Onde \dot{n} é o número de elétrons que atravessam por unidade de tempo. A carga que atravessa essa área por unidade de tempo é:

$$it = -e\dot{n}$$

Onde e é o módulo da carga fundamental do elétron. Notando que $it = i$ por definição:

$$\begin{aligned} -e\dot{n} &= i \\ -eLdv_d\rho &= i \\ v_d &= -\frac{i}{eLd\rho} = \boxed{-1,47 \cdot 10^{-3} \text{m/s}} \end{aligned}$$

O que está dentro da ordem de grandeza esperada da velocidade de deriva de elétrons! O sinal negativo representa sentido contrário ao de i . Como a questão não arbitrou sinais para v_d , responderia-se o módulo no valor numérico.

Resposta: a) $1,47 \cdot 10^{-3} \text{m/s}$



Questão 5, item b)

Convencionamos um sistema de coordenadas xyz : a direção positiva de x é no sentido da corrente i ; a direção positiva de y é para a direita; e a direção positiva de z é saindo do papel. Por exemplo, note que nesse sistema $\vec{v}_d = -1,47 \cdot 10^{-3}$. Onde \hat{x} é o vetor unitário na direção x .

O campo magnético \vec{B} aplica uma força magnética nos elétrons que se movimentam na fita, da forma

$$F_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Como essa força é proporcional à carga, é como se ela fosse um "campo elétrico" fictício E' , também chamado de campo impresso. Dividindo pela carga, obtemos:

$$E' = \frac{F_m}{q} = \vec{v} \times \vec{B}$$

Esse campo impresso gera uma força eletromotriz (f.e.m.) \mathcal{E} no seu sentido de atuação.

Considere que \vec{B} esteja saindo do papel. Pela regra da mão direita, e considerando que $\vec{v} = v_d \hat{x}$,

$$\vec{E}' = -v_d \times B = v_d B(\times) = v_d B$$

Ou seja, E' atua para a direita e promove uma f.e.m. \mathcal{E} tal que $V_b > V_a$. Como $V_a > V_b$, concluímos que \vec{B} deve estar *entrando* no papel, e portanto

$$\frac{B}{|B|} = -1$$

Questão 5, item c)

É suficiente apenas trabalharmos em módulo. Relacionando a f.e.m. com E' ,

$$V_a - V_b = \mathcal{E} = E' \cdot L = v_d BL$$

Finalmente,

$$B = \frac{V_a - V_b}{v_d L} = 0,816\text{T}$$

Resposta: b) -1 , c) $0,816\text{T}$



Questão 6, item a)

A energia dissipada corresponde apenas à energia potencial perdida, já que a cinética permanece constante. Veja:

$$Q = mgH$$

Então, para aquecer os dois discos de massa 150 g cada, temos:

$$2mc\Delta T = 0,6MgH \implies \Delta T = \frac{0,3MgH}{mc}$$

Resultando em:

$$\Delta T \approx 34,3^\circ\text{C}$$

Questão 6, item b)

O responsável por dissipar energia nesse caso é o torque da força de resistência; O trabalho do torque é:

$$\Delta E = \tau\Delta\theta$$

A variação de energia é $\Delta E = mgH$. O $\Delta\theta$ é encontrado pelo número de voltas dado pela roda, veja:

$$\Delta\theta = 2\pi \times \frac{\sqrt{L^2 + H^2}}{\pi D}$$

Igualando o trabalho do atrito à variação de energia, temos (o 2 vem devido ao fato de existirem dois freios):

$$2FR \times 2\pi \times \frac{\sqrt{L^2 + H^2}}{\pi D} = mgH$$

Encontramos, portanto:

$$F = \frac{1}{4} \frac{mgHD}{R\sqrt{L^2 + H^2}}$$

Numericamente:

$$F \approx 1050 \text{ N}$$

Resposta: a) 34,3; b) 1050 N



Questão 7, item a)

A distância entre as cristas das ondas é igual o comprimento da onda, que é definido por:

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

Onde v é a velocidade da onda e f é a sua frequência.

Substituindo na definição,

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3\text{m/s}}{2\text{Hz}} = \boxed{1,5\text{m}}$$

Questão 7, item b)

Sabendo que o peixe se lança com um inclinação de 15° em relação ao nível da água - ou seja, realizará um lançamento oblíquo-, podemos inferir que ele percorrerá uma trajetória em formato de parábola. O alcance dessa parábola será igual a distância entre as cristas, já que o peixe emerge em uma crista e submerge na seguinte. Logo, esse alcance do lançamento será igual ao comprimento de onda, que foi obtido na questão anterior $\lambda = 1,5\text{m}$.

Em uma parábola, a posição horizontal é dada por $x(t) = v_0 \cos(\theta)t$ e a posição vertical é dada por $y(t) = v_0 \sin(\theta)t - \frac{gt^2}{2}$

O alcance total da parábola ocorre quando $y(t) = 0$. Resolvendo:

$$0 = v_0 \sin(\theta)t - \frac{gt^2}{2} \implies \frac{gt^2}{2} = v_0 \sin(\theta)t$$

$$\frac{gt}{2} = v_0 \sin(\theta) \implies t = \frac{2v_0 \sin(\theta)}{g}$$

Temos agora o tempo que o peixe demora para chegar ao alcance. Substituímos então esse tempo na equação da posição horizontal, que, neste caso, no dará o alcance da parábola R :

$$R = v_0 \cos(\theta)t \implies R = v_0 \cos(\theta) \frac{2v_0}{\sin(\theta)} g$$

Utilizando a identidade trigonométrica $\sin(2\theta) = 2 \sin(\theta) \cos(\theta)$:

$$R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$$

Assim, temos a fórmula do alcance da parábola dependendo da velocidade inicial. Finalmente, substituindo pelos valores:

$$1,5 = \frac{v_0^2 \sin(2 \times 15)}{10} \implies \frac{1,5 \times 10}{\sin(30)} = v_0^2$$

$$\frac{1,5 \times 10}{\sin(30)} = v_0^2 \implies \frac{1,5 \times 10}{0,5} = v_0^2 \implies \frac{15}{0,5} = v_0^2$$

$$v_0 = \sqrt{30}$$

$$v_0 = \sqrt{5} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2}$$

$$v_0 = 2,2 \times 1,7 \times 1,4 = \boxed{5,236\text{m/s}}$$

Resposta: a) 1,5 m, b) 5,236m/s



Questão 8, item a)

O gráfico fornecido mostra o comportamento da vazão volumétrica ao se variar a altura a qual a água sobe pela mangueira, onde cada curva indica um tipo de bomba d'água diferente. Para a bomba requerida (CV30), verifica-se que, em $h = 20$ m, temos:

$$Q = \frac{V}{\Delta t} = 2000 \text{ L/h}$$

que passando para as unidades no SI fica $Q = 5,56 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$. Agora, como o trabalho necessário para elevar uma certa massa m de água de uma altura h vale, em módulo, $|W| = mgh$ e que $\rho = \frac{m}{V}$, a potência média fica:

$$Pot = \frac{|W|}{\Delta t} = \frac{\rho Vgh}{\Delta t} = \rho gh \cdot \left(\frac{V}{\Delta t} \right) = \rho ghQ$$

Que, fazendo as contas, encontra-se:

$$Pot = 111,11 \text{ W}$$

Questão 8, item b)

b) Como $Q = \frac{V}{\Delta t} = \frac{A \cdot \Delta h}{\Delta t} = Av$, onde $A = 3 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$, temos:

$$v = \frac{Q}{A} = 1,85 \text{ m/s}$$

Resposta: a) 111,11 W; b) 1,85 m/s