

# Simulado OBM 2024 - Ampulheta do Saber

## Nível 2 - (8º ou 9º ano)



4. Seja  $\Gamma$  o circuncírculo do triângulo  $ABC$ . Seja  $D$  o ponto médio do arco  $AB$  contendo  $C$ . Seja  $M$  qualquer ponto em  $AC$ , tal que o ponto  $N$  está em  $BC$  e  $AM = BN$ . Mostre que o quadrilátero  $CDNM$  é cíclico.

5. Sejam  $m$  e  $n$  dois inteiros positivos. Se existem infinitos inteiros  $k$  tais que  $k^2 + 2kn + m^2$  é um quadrado perfeito, prove que  $m = n$ .

6. Encontre todas as funções  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tais que quaisquer números reais  $x$  e  $y$  satisfaçam

$$x^3 + f(x)f(y) = f(f(x^3) + f(xy))$$

