

Simulado OBM 2024 - Ampulheta do Saber

Nível 2 - (8º ou 9º ano)



1. Seja n um inteiro positivo dado e r um real positivo, com n inicialmente escrito em uma lousa. Iremos fazer uma série de operações que nos deixará com uma sequência de números na lousa. A operação permitida é escrever o último número escrito na lousa mais r , caso esse número seja inteiro, ou escrever o último número escrito mais $2r$, caso esse número não seja inteiro. Determine os valores de r que fazem a sequência ter infinitos inteiros.

2. Temos n crianças e serão distribuídos n^2 doces entre elas (alguma podendo ficar com 0). Duas crianças que têm paridade igual de doces podem dividi-los entre si para ficarem com a mesma quantidade de doces. Encontre os n 's tal que para qualquer distribuição inicial de doces, é possível dividi-los de uma forma que deixe todas as crianças com n .

3. Seja ABC um triângulo acutângulo com circuncentro O . Seja D , E e F os pés das alturas por A , B e C , respectivamente, e seja M o ponto médio de BC . AD intersecta EF em X , AO intersecta BC em Y , e Z é o ponto médio de XY . Prove que A , Z e M são colineares.