

Simulado OBM 2024 - Ampulheta do Saber

Nível 3 - (Ensino Médio)



1. Um número real x é dito *Carnirosso* se existem números primos distintos p_1, p_2, \dots, p_k tais que

$$x = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \dots + \frac{1}{p_k}$$

Encontre o maior inteiro *Carneiroso* x tal que $0 < x < 1$ e mx é inteiro para algum inteiro positivo $m \leq 2022$.

2. Sejam a, b, c, d números reais com módulo maior que 1 e tais que $abc + abd + acd + bcd + a + b + c + d = 0$ prove que

$$\frac{1}{a-1} + \frac{1}{b-1} + \frac{1}{c-1} + \frac{1}{d-1} > 0$$

3. Seja n um inteiro positivo maior que 4. Existem n pontos marcados no plano de modo que não existem três colineares. Victor desenha um por um todos os segmentos ligando pares de pontos marcados. Cada vez que Victor desenha um segmento S , ele marca nele o menor número natural que ainda não apareceu em dos segmentos desenhados que compartilham uma extremidade com S . Encontre o maior valor de k tal que Victor consegue agir de uma maneira que algum segmento seja marcado com k .