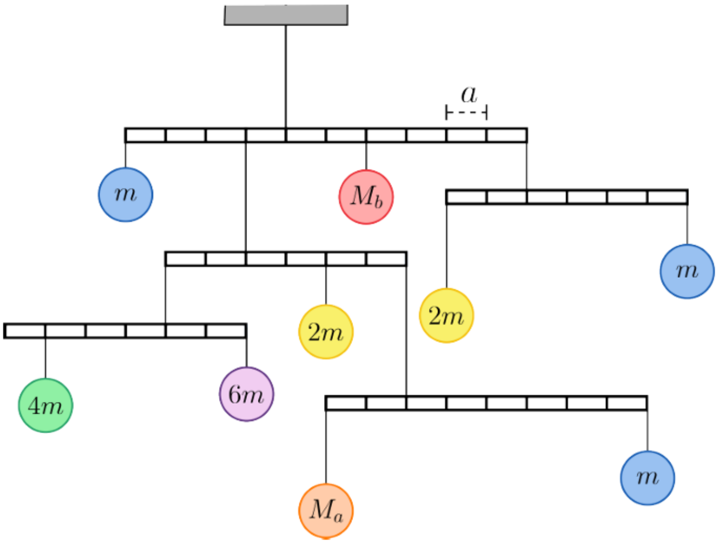
Comentário OBF - Fase 3, Nível I

Autores: Bernardo, Clara, Gustavo Globig, Heitor Chaves, João Vitor Evers, Lucas Cavalcante e Pedro Saldanha

Questão 1 Um móbile fixado no teto está em equilíbrio estático, conforme a figura ao lado. As hastes, de massas desprezíveis, têm marcas verticais a cada $a = 5\,\text{cm}$ onde podem ser penduradas bolas. As massas das bolas estão indicadas na própria figura. Considere que $m = 30\,\text{g}$, logo, uma bola marcada com $2m$ possui massa de $60\,\text{g}$ e assim por diante.

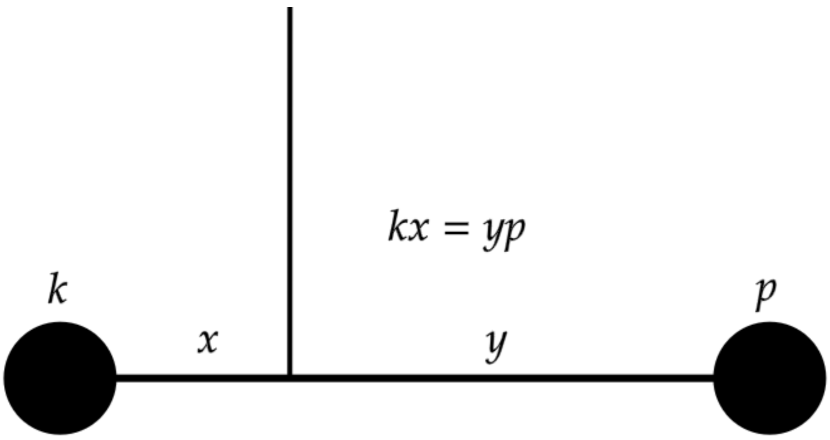


Determine:

a) A massa de M_a, em g.

b) A massa de M_b, em g.

Solução - Questão 1 Nesta questão, utilizaremos o conceito de torque. Para cada um dos sistemas que compõem a figura, podemos trabalhar com a seguinte simplificação:



Onde

- x é o braço para a esfera de massa k
- y é o braço para a esfera de massa p

A equação para o torque é:

$$F \cdot b_{\text{braço}} = \text{Torque}$$

Como $F = mg$, temos

$$mg \cdot b_{\text{braço}} = \text{Torque}$$

Para que o sistema esteja em equilíbrio, o torque total deve ser nulo. Logo, o torque de cada lado deve ser igual. Em outras palavras, temos que

$$(kx)g = (yp)g$$

Portanto,

$$kx = yp$$

Com essa introdução, podemos resolver todos os itens desta questão.

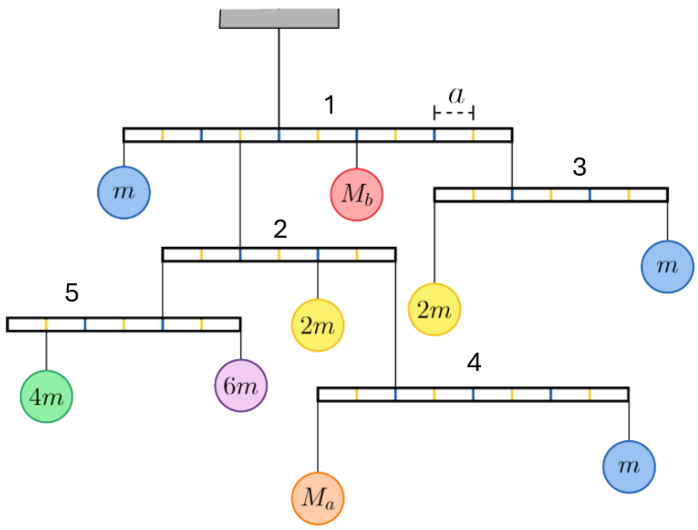
a) Neste caso, observe que k é a massa desconhecida, $x = 2a$, $y = 6a$ e $p = m$. Assim, podemos reorganizar a equação $kx = yp$ para obter k:

$$k = \frac{yp}{x} = \frac{(6a)m}{2a} = 3m$$

Como $m = 30\,\text{g}$, então:

$$\boxed{k = M_a = 3 \times 30\,\text{g} = 90\,\text{g}}$$

b) Nomeando cada um dos sistemas da questão como 1, 2, 3, 4 e 5:



(i) Para cada um dos sistemas (exceto o sistema 1), analisaremos a massa total que gera torque em cada lado no sistema 1. Note que a tensão do fio que segura o sistema 2 deve ser igual à soma das forças gravitacionais das massas dos sistemas 2, 4 e 5. Analisando o lado direito do sistema 1, a tensão no fio que sustenta o sistema 3 será igual à força gravitacional das massas do sistema 3. Podemos expressar isso como:

$$T_2 = (4m + 6m + 2m)g + (3m + m)g = 16mg$$
$$T_3 = (2m + m)g = 3mg$$

onde T_2 é a tensão do fio que segura o sistema 2 e T_3 é a tensão do fio que segura o sistema 3.

Como o torque total deve ser nulo, o torque de cada lado deve ser igual. Notando que $b_2 = a$ (braço do fio 2), $b_3 = 6a$ (braço do fio 1), e que, para a massa m, o braço é $4a$, e para M_b (a massa que queremos determinar) o braço é $2a$, temos:

$$(16mg)a + (mg)4a = (M_b g)2a + (3mg)6a$$

Simplificando,

$$2m = 2(M_b)$$

portanto,

$$\boxed{m = M_b = 30\,\text{g}}$$

Questão 2. A figura ao lado mostra a etiqueta de informação nutricional de uma embalagem de um litro de leite integral. Observe que as linhas que começam com espaçamento inicial são subcategorias do grupo alimentar. Por exemplo, no grupo **gorduras totais**, que inclui todo o tipo de gordura, a etiqueta discrimina a parte que é **saturada** e a parte que é **trans** (entre outras).

INFORMAÇÃO NUTRICIONAL

Porções por embalagem: 5
Porção: 200 ml (1 copo)

	100 ml	200 ml	%VD*
Valor energético (kcal)	59	119	6
Carboidratos totais (g)	4,8	9,5	3
Açúcares totais (g)	4,6	9,2	
Açúcares adicionados (g)	0	0	0
Proteínas (g)	3,1	6,3	13
Gorduras totais (g)	3,1	6,2	10
Gorduras saturadas (g)	2	4	20
Gorduras trans (g)	0	0,2	10
Fibras alimentares (g)	0	0	0
Sódio (mg)	57	115	6

*Percentual de valores diários fornecidos pela porção.

Figura 1: Informação nutricional do leite integral.

Os alimentos que fornecem energia pertencem aos grupos alimentares **carboidratos**, **proteínas** ou **gorduras**. Considere que uma grama de carboidrato ou de proteína fornece aproximadamente 4 kcal (quilocalorias).

a) Qual o valor energético em kcal de uma porção de leite?

b) Considerando uma porção de leite, quanta energia, aproximadamente, em kcal, é fornecida para cada grama de gordura?

Solução - Questão 2

a) Existem duas tabelas nutricionais: uma para 100 ml e outra para 200 ml de leite. Como a imagem indica que a porção é de 200 ml, usaremos essa tabela. Nela, é possível observar que uma porção de leite contém $\boxed{119 \text{ kcal}}$.

b) Existem três tipos de nutrientes: carboidratos, proteínas e gorduras. Como a questão solicita a energia fornecida por cada grama de gordura, primeiro subtraímos da energia total a energia proveniente dos carboidratos e proteínas. Isso nos leva à seguinte expressão:

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{carb}} + E_{\text{prot}} + E_{\text{gordura}}$$
$$E_{\text{gordura}} = E_{\text{tot}} - E_{\text{carb}} - E_{\text{prot}}$$

Embora não tenhamos a energia total de cada nutriente, conhecemos a energia por grama e a massa em gramas de carboidratos e proteínas, o que nos permite calcular a energia total desses nutrientes. Assim, temos:

$$E_{\text{nutriente}} = r \cdot M$$

Onde M representa a massa do nutriente em uma porção de 200 ml, e r é a energia por grama, dada como $r = 4\,\text{kcal/g}$. Assim, podemos substituir os valores de massa dos carboidratos e das proteínas(encontrados na tabela) para obter:

$$E_{\text{carb}} = 4 \cdot 9,5 = 38kcal$$

$$E_{\text{prot}} = 4 \cdot 6,3 = 25,2kcal$$

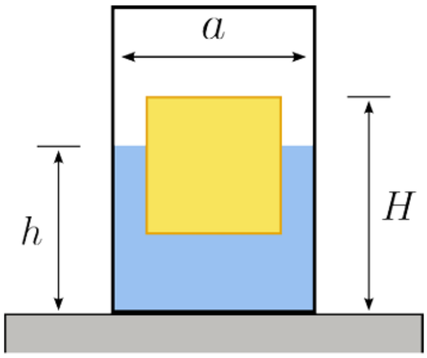
Substituindo na equação anteriormente encontrada:

$$E_{\text{gordura}} = 119 - 38 - 25,2$$
$$E_{\text{gordura}} = 55,8\,\text{kcal}$$

Agora que obtivemos a energia total das gorduras, resta calcular a energia fornecida por grama de gordura r'

$$r' = \frac{E_{\text{gordura}}}{\text{massa total de gordura}}$$
$$r' = \frac{55,8}{6,2} \longrightarrow \boxed{r' = 9\,\text{kcal/g}}$$

Questão 3. Dentro de uma geladeira de temperatura interna $T_i = 6°C$, há uma cuba de base quadrada com lado a = 10 cm. Dentro da cuba, há 750 g de água e 194,4 g de manteiga na forma de uma barra cúbica. A figura ao lado, fora de escala, mostra a cuba com a água e a manteiga, onde h e H são, respectivamente, as alturas em relação à base da cuba dos níveis mais altos de água e de manteiga. Considere que a manteiga tem temperatura de fusão $T_f = 26°C$ e densidade constante de $0,9$ g/cm^3. Trata-se de um dia quente de verão de temperatura ambiente $T_a = 36°C$. Desconsidere a dilatação da água e do recipiente.



a) Determine os valores de h e H, em cm, com a cuba ainda na geladeira.

b) Determine os valores de h e H, em cm, após a cuba ter sido retirada da geladeira, apoiada em uma mesa horizontal e esperado até que toda a manteiga tenha se derretido.

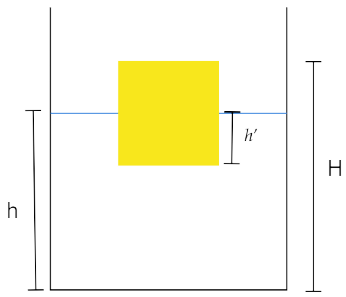
Solução - Questão 3

a) Primeiro, precisamos encontrar o comprimento do lado do cubo de manteiga. Para isso, pode-se analisar a relação entre seu volume e densidade:

$$d_m l^3 = m_m$$
$$l = \sqrt[3]{\frac{m_m}{d_m}} = 6 \text{ cm}$$

Onde l é o lado do cubo, m_m é a massa da manteiga e d_m a densidade da manteiga.

Então, redesenhando a imagem da questão com a marcação da parte do cubo que está imersa na água:



Para encontrar a altura h', é preciso igualar o empuxo com o peso do cubo de manteiga:

$$d_a h' l^2 g = m_m g$$
$$h' = \frac{m_m}{d_a l^2} = 5,4\text{cm}$$

Agora, para encontrar a altura h da água, pode-se encontrar o volume da água considerando um paralelepípedo de altura h e base a^2 menos a parte que é ocupada pela manteiga, $h'l^2$:

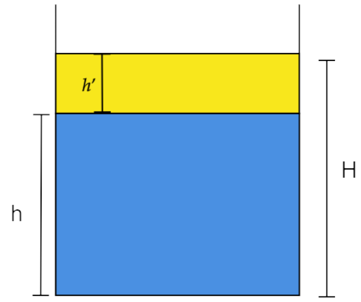
$$m_a = d_a(a^2h - l^2h')$$

$$\boxed{h = \frac{\frac{m_a}{d_a} + l^2h'}{a^2} = 9,444\text{cm}}$$

Agora, a altura H será a altura da água mais a parte da manteiga que está fora da água:

$$\boxed{H = h + l - h' = 10,044\text{cm}}$$

b) Quando a manteiga derrete completamente, a situação será uma camada apenas água e em cima apenas manteiga, pois a densidade da manteiga é maior que da água. A situação ficará:



Nesse caso, para encontrar a altura h, é necessário considerar o volume de um paralelepípedo com altura h e base a^2 composto apenas por água:

$$a^2hd_a = m_a$$

$$\boxed{h = \frac{m_a}{d_a a^2} = 7,5\text{cm}}$$

Agora, para a altura H, primeiro, deve-se descobrir a altura h' da camada de manteiga. Pode-se executar o mesmo procedimento do necessário para a água:

$$h'l^2d_m = m_m$$

$$h' = \frac{m_m}{d_m a^2} = 2,16\text{cm}$$

Por fim, a altura H será:

$$\boxed{H = h' + h = 9,66\text{cm}}$$

Questão 4. Um helicóptero decola no instante $t = 0$ nas proximidades de um aeroporto. A tabela mostra as coordenadas cartesianas do helicóptero em um sistema de referência com origem no radar do aeroporto durante os 25 minutos em que ele voa em sua zona de segurança. Os eixos x e y, são paralelos às direções cardeais, com o eixo y apontando para o norte e o eixo x para o leste. A tabela mostra os instantes nos quais o helicóptero muda de direção de movimento e o instante final no qual o helicóptero deixa de ser monitorado pelo radar.

t (min)	x (km)	y (km)
0,0	0,0	3,0
5,0	-4,0	6,0
13,0	-12,0	0,0
19,0	0,0	-9,0
25,0	16,0	3,0

Durante o intervalo de tempo em que o helicóptero é monitorado pelo radar:

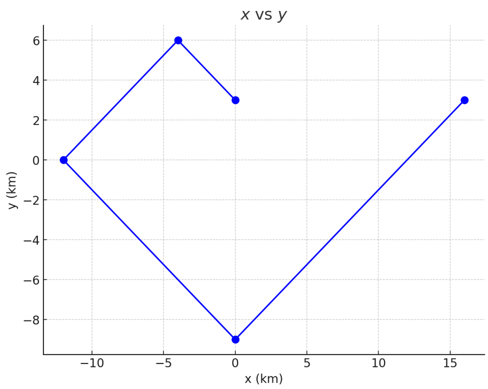
a) Faça um gráfico da trajetória do helicóptero.

b) Determine a distância percorrida e o deslocamento do helicóptero.

c) Determine a velocidade escalar média e a velocidade média do helicóptero.

Solução - Questão 4

a) O gráfico pedido fica semelhante à:



b) A diferença entre distância percorrida e deslocamento é que o deslocamento só leva em conta os pontos inicial e final, enquanto a distância percorrida leva em conta todo o trajeto. Dessa forma, o deslocamento do helicóptero é a distância entre o ponto $P(0, 3)$ inicial e o $Q(16, 3)$ final, portanto o deslocamento ΔS é:

$$\boxed{\Delta S = 16 \text{ km}}$$

Para a distância percorrida vamos separar o percurso em 4 etapas retilíneas:

$$d = d_1 + d_2 + d_3 + d_4$$

Que são calculados usando a fórmula para a distância entre dois pontos:

$$d_{12} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$d_1 = \sqrt{(-4-0)^2 + (6-3)^2} = 5$$
$$d_2 = \sqrt{(-12+4)^2 + (6-0)^2} = 6\sqrt{2}$$
$$d_3 = \sqrt{(-12-0)^2 + (0+9)^2} = 15$$
$$d_4 = \sqrt{(16-0)^2 + (3+9)^2} = 20$$

Usando $\sqrt{2} \approx 1,4 \implies 6\sqrt{2} \approx 8,4$, obtemos:

$$d = 5 \text{ km} + 8,4 \text{ km} + 15 \text{ m} + 20 \text{ km}$$

Com isso:

$$\boxed{d = 48,4 \text{ km}}$$

c) A diferença entre velocidade escalar média e velocidade média é que na velocidade escalar devemos fazer $\frac{d}{\Delta t}$, onde d é a distância percorrida, enquanto na velocidade média temos que fazer $\frac{\Delta D}{\Delta t}$, onde ΔS é o deslocamento. Portanto:

$$v_{esc} = \frac{48,4}{25/60} \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\boxed{v_{esc} \approx 116,16 \frac{\text{km}}{\text{h}}}$$

Enquanto que para a velocidade média:

$$v_{med} = \frac{16}{25/60} \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\boxed{v_{med} \approx 38,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}}$$

Questão 5. Em laboratório didático, uma estudante de física acrescenta 200 g de água em calorímetro (recipiente de paredes termicamente isolantes) de capacidade calorífica 100 cal/ºC. O calorímetro e a água estão inicialmente na temperatura ambiente de 22 ºC. Depois, retira dois cubos de gelo de 30 g de dentro de um congelador de temperatura interna -18 ºC e os coloca imediatamente no calorímetro, fechando-o em seguida. determine a temperatura de equilíbrio no interior do calorímetro.

Solução - Questão 5.

Suponhamos que ao final de todo o processo o gelo tenha derretido por completo. Com isso teríamos as seguintes equações:

$$Q_1 = C \cdot \Delta\theta \text{ (Calorímetro)}$$

$$Q_2 = m_a \cdot c \cdot \Delta\theta \text{ (Água)}$$

$$Q_3 = m_g \cdot c \cdot \Delta\theta \text{ (Aquecimento do gelo até 0ºC)}$$

$$Q_4 = m_g \cdot L \text{ (Fusão do gelo)}$$

$$Q_5 = m_g \cdot c \cdot \Delta\theta \text{ (Aquecimento da água do gelo)}$$

Como no calorímetro estamos em um sistema fechado, a soma de todos esses calores deve resultar em zero.

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 = 0$$

Substituindo os valores:

$$(100 \cdot (\theta - 22)) + (200 \cdot 1 \cdot (\theta - 22)) + ((2 \cdot 30) \cdot \frac{2,1}{4,2} \cdot (0 + 18)) + ((2 \cdot 30) \cdot 80) + ((2 \cdot 30) \cdot 1 \cdot (\theta - 0)) = 0$$

$$360\theta - 1260 = 0$$

$$\boxed{\theta = 3,5\text{ºC}}$$

Questão 6. Sondas espaciais movidas a velas solares utilizam a pressão (força por unidade de área) da luz solar para propulsão. Quando um fóton (partícula de luz) colide com um objeto ele exerce uma pequena força sobre ele. Em uma vela solar, os milhares de bilhões de fótons que formam o feixe de luz colidem com a superfície refletora da vela, empurrando-a.

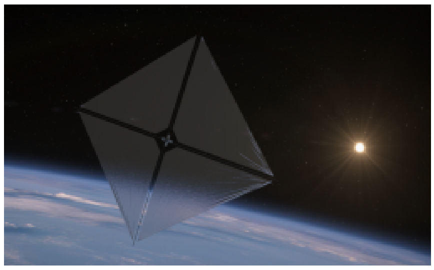


Figura: www.nasa.gov/general/nasa-next-generation-solar-sail-boom-technology-ready-for-launch.

Quando um feixe de intensidade de I (energia por unidade de tempo por unidade de área) incide perpendicularmente em uma vela perfeitamente refletora de área A a força de radiação F_r é dada por

$$F_r = \frac{2IA}{c},$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo.

Considere uma sonda espacial impulsionada por uma vela solar de área $A = 80\,\mathrm{m}^2$, de superfície perfeitamente refletora, orientada perpendicularmente aos raios solares em uma região do espaço na qual a intensidade deles é $I = 1400\,\mathrm{J/(s \cdot m^2)}$.

a) Determine a força de radiação exercida sobre a vela.

b) Considerando que a propulsão a vela solar é análoga à propulsão a vela de um barco, quais são os análogos na propulsão do barco a vela ao (i) feixe de luz e (ii) aos fótons?

c) Como a orientação da vela influencia sobre a força de radiação exercida sobre ela. Em qual orientação a força é máxima? Em qual é mínima? Faça diagramas.

Solução - Questão 6.

a) A força de radiação é dada por:

$$F_r = \frac{2IA}{c},$$

Onde: $I = 1400\,\mathrm{J/(s \cdot m^2)}$, $A = 80\,\mathrm{m}^2$, $c = 3 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$

Substituindo os valores:

$$F_r = \frac{2 \cdot 1400 \cdot 80}{3 \times 10^8} = \frac{224000}{3 \times 10^8} \longrightarrow \boxed{F_r \approx 7,5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{N}}$$

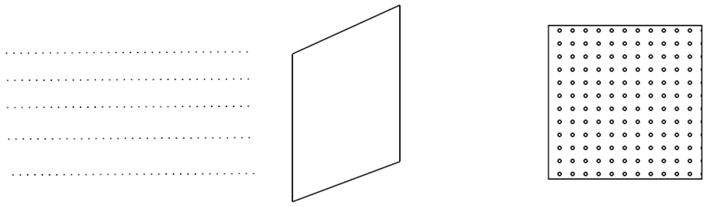
b) No caso de um barco a vela, os análogos são:

Feixe de luz: vento (fluxo de ar)

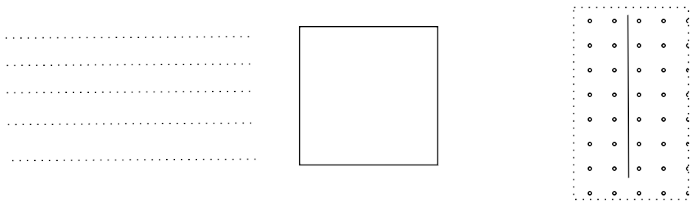
Fótons: moléculas de ar que colidem com a vela

c) A força de radiação é máxima quando a vela está orientada perpendicularmente ao feixe de luz, pois a componente do momento transferido é maior. Ela é mínima (ou zero) quando a vela está paralela ao feixe de luz, pois, nesse caso, não há transferência efetiva de momento na direção desejada. Essas situações estão representadas a seguir, o diagrama da esquerda é a vista lateral, enquanto a direita a vista frontal de cada situação.

Caso de máximo:

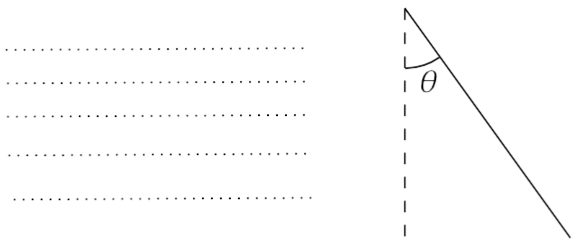


Caso de mínimo:



Explicação Detalhada sobre a Influência do Ângulo entre o Feixe e a Vela na Força

A força de radiação exercida sobre a vela solar depende diretamente da área efetiva que é atingida pelo feixe de luz. Esta área efetiva é a componente da área total da vela que está orientada perpendicularmente ao feixe de fótons. Na imagem abaixo, a área efetiva está representada como a região tracejada:



Como ilustrado na imagem, podemos concluir que a área efetiva A_{ef} é dada por:

$$A_{\text{ef}} = A\cos\theta,$$

Onde A é a área total da vela e θ é o ângulo entre a normal à superfície da vela e a direção do feixe de luz.

A expressão mostra que a força de radiação depende de quanto da área total da vela está efetivamente interceptando o feixe de fótons. Isso significa que a força é maximizada quando $\cos\theta = 1$, ou seja, quando $\theta = 0°$ (feixe perpendicular à vela). Nesse caso, toda a área da vela é atingida diretamente pelo feixe, resultando na máxima força de radiação possível.

Por outro lado, a força é minimizada quando $\cos\theta = 0$, o que ocorre para $\theta = 90°$. Nessa situação, o feixe de luz incide paralelamente à superfície da vela e não exerce nenhuma pressão efetiva sobre ela. Essa variação angular é fundamental para entender como a orientação da vela influencia sua propulsão, conforme destacado na solução da questão.

Questão 7. Júlio Verne pode ser considerado o criador do gênero literário de ficção científica. Em 1873, ele publicou o romance de aventura *A Volta ao Mundo em 80 Dias* no qual a rapidez e a integração dos transportes são destaques da trama.

Considerando uma viagem de volta ao mundo que dura exatamente 80 dias, determine a velocidade escalar média (rapidez média) dos viajantes, em km/h, nos casos:

a) A viagem é feita ao longo do equador.

b) A viagem é feita ao longo do paralelo de latitude 30º norte.

Solução - Questão 7.

a) A velocidade média é, por definição:

$$v = \frac{d}{t}$$

A distância percorrida no equador corresponde à circunferência da Terra. Utilizando os dados fornecidos na prova ($\pi = 3$ e raio da Terra $R_t = 6400\,\text{km}$), temos:

$$d = 2\pi R_t = 2 \times 3 \times 6400 = 38400\,\text{km}$$

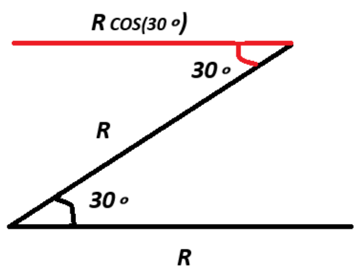
O tempo de viagem é de 80 dias. Convertendo para horas:

$$t = 80 \times 24 = 1920\,\text{h}$$

Assim, a velocidade média em km/h é:

$$v = \frac{38400}{1920}\,\text{km/h} \Rightarrow \boxed{v = 20\,\text{km/h}}$$

b) Neste caso, o raio da circunferência percorrida corresponde ao círculo de latitude 30°. Usando um pouco de geometria, podemos determinar que o raio dessa nova circunferência é $R_t \cos(30°)$.



Utilizando os dados fornecidos na prova ($\cos(30°) = 0{,}85$), temos:

$$d = 2\pi R_t \times 0{,}85 = 32640\,\text{km}$$

O tempo permanece o mesmo, portanto, a velocidade média em km/h é:

$$v = \frac{32640}{1920}\,\text{km/h} \Rightarrow \boxed{v = 17\,\text{km/h}}$$

Questão 8. Um pixel é o menor elemento da tela de um dispositivo eletrônico digital ao qual se pode definir uma cor. Ele é formado por três subpíxeis que emitem luz, em diferentes intensidades, cada um em uma das cores primárias: vermelha, verde e azul. Como um pixel é muito pequeno, em distâncias típicas de observação, nossa visão o percebe como sendo um ponto de cor uniforme dada pela mistura das cores primárias na proporção das intensidades da luz emitida por seus subpíxeis.

O sistema RGB, acrônimo dado pelas iniciais em inglês das cores primárias vermelho (red), verde (green) e azul (blue) pode ser usado para identificar as possíveis cores emitidas por um pixel. Em geral, neste sistema a cor de um pixel é dada pela tripla ordenada $(R; G; B)$, onde R, G e B, indicam respectivamente as intensidades emitidas por seus subpíxeis vermelho, verde e azul.

Considere um dispositivo digital antigo onde cada sub-pixel pode emitir luz em 16 intensidades, onde a intensidade 0 indica que o sub-pixel não emite luz (está apagado) e a intensidade 15 indica que ele está emitindo em sua intensidade máxima. No modelo RGB, a cor $(0; 0; 0)$ é preta e a cor $(15; 0; 0)$ é a cor vermelha mais intensa.

a) Qual tripla RGB se refere à cor amarela mais intensa?

b) Quantos tons de cinza este dispositivo pode apresentar? Escreva os códigos RGB dos cinzas mais claro, intermediário, e mais escuro.

c) Quantas cores, incluindo branco, preto e tons de cinza, o dispositivo pode apresentar?

Solução - Questão 8.
a) O sistema RGB se baseia na adição de comprimentos de luz. Quando combinamos o vermelho e o verde na mesma intensidade, nossos olhos percebem amarelo, isso acontece porque os cones receptores dos nossos olhos (vermelho e verde no caso) dão a percepção do amarelo ao serem estimulados. Assim, o código RGB do amarelo mais intenso é: (15, 15, 0)

b) A cor cinza é um resultado da combinação de comprimentos de onda equilibrados entre si, não apresentando nenhuma cor de maneira dominante. No caso do RGB isso se traduz a uma mesma intensidade para todas as cores (x, x, x). Como cada pixel pode ter uma intensidade de 0 a 15, existem 16 tons de cinza. O RGB do cinza mais claro é: (15, 15, 15), o do intermediário é (aproximadamente) (7, 7, 7) e o cinza mais escuro é (0, 0, 0)

c) Cada sub-pixel pode ter 16 intensidades, como cada pixel é formado por 3 sub-pixels, o total de combinações possíveis é:

$$16 \times 16 \times 16 = \boxed{4096}$$