Comentário OBF - Fase 3, Nível III

Autores: Arthur Uchoa, Benny, Felipe Brandão, João Victor Evers, Lucas Cavalcante, Patrick Silva e Thiago Falcão

Questão 1. Duas partículas carregadas, de cargas $q_1 = 3\mu C$ e $q_2 = 12\mu C$, são mantidas fixas a uma distância $d = 7,2$cm. Uma terceira partícula de carga $q = 3\mu C$ e massa m $= 5$ g é lançada com velocidade $\vec{v}$ de uma distância muito grande e deve atingir um ponto localizado entre as partículas fixas. Qual o menor valor de $v = |\vec{v}|$ compatível com essa possibilidade?

Solução - Questão 1.

Perceba que a menor velocidade v em que a terceira carga consegue chegar entre as duas outras cargas será aquela que faz com que a terceira carga, ao final do movimento, atinja o repouso.

Como o sistema é conservativo: $E_0 = E_f$

Onde:

$$E_0 = E_{cin} + E_{potencial\ elétrica\ entre\ q1\ e\ q2} = E_{cin} + E_{q_1/q_2}$$

$$E_f = E_{cinética\ entre\ as\ cargas\ duas\ a\ duas} = E_{q_1/q_2} + E_{q_1/q_3} + E_{q_2/q_3}$$

Assim, obtemos a seguinte relação:

$$\frac{1}{2}mv^2 + E_{q_1/q_2} = E_{q_1/q_2} + E_{q_1/q_3} + E_{q_2/q_3}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = E_{q1/q3} + E_{q2/q3}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = k\frac{q_1 q_3}{d_{q_1/q_3}} + k\frac{q_2 q_3}{d_{q_2/q_3}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{m}kq_3\left(\frac{q_1}{d_{q_1/q_3}} + \frac{q_2}{d_{q_2/q_3}}\right)}$$

Ainda precisamos encontrar as disâncias entre as cargas 1 e 3 (d_{q_1/q_3}) e entre as cargas 2 e 3 (d_{q_2/q_3}):

A fim de obter o menor valor de v, a terceira carga deve passar pelas outras duas no ponto em que a força resolutante seja nula

$$F_R = F_{1/3} - F_{2/3} \Rightarrow F_{1/3} = F_{2/3}$$

$$\Rightarrow q_1 * d^2_{q_2/q_3} = q_2 * d^2_{q_1/q_3}$$

Usando os valores $q_1 = 3\mu C$, $q_2 = 12\mu C$ e a seguinte expressão: $d_{q_1/q_3} + d_{q_2/q_3} = 7,2cm$

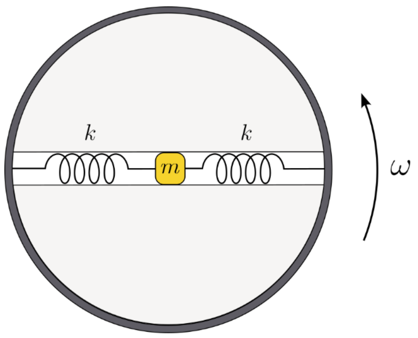
Desenvolvendo temos que:

$$d_{q_1/q_3} = 2,4\ cm \quad e \quad d_{q_2/q_3} = 4,8\ cm$$

Finalmente, substituindo os valores das distâncias na expressão da velocidade:

$$\boxed{|\vec{v}| = 63\ m/s}$$

Questão 2. Um disco giratório horizontal de raio R possui um sulco retilíneo que passa por seu centro dentro do qual pode deslizar sem atrito um bloco de massa m. Duas molas idênticas de constantes elásticas k e massas desprezíveis são colocadas no sulco com uma das extremidades presa à borda do disco e a outra ao bloco. Veja a figura. Considere que o conjunto é posto a girar com velocidade angular constante ω.



a) Determine o máximo valor da velocidade angular do disco ω_m abaixo do qual o movimento do bloco em relação ao disco pode ser oscilatório.

b) Com $\omega < \omega_m$, qual a frequência de oscilação do movimento do bloco relativo ao disco?

c) Descreva os possíveis movimentos do bloco relativo ao disco quando $\omega > \omega_m$?

Solução - Questão 2.

Vamos trabalhar no referencial em rotação do disco. Nesse referencial, geralmente atuam três forças sobre a massa: a força elástica da mola à esquerda ($F_{ela;e}$), da mola à direita ($F_{ela;d}$), e a pseudo-força centrífuga (F_{cen}).

Essa última aparece por conta da força centrípeta, que, no referencial do laboratório, deve atuar em todos os corpos girando com o disco. Já que essa força centrípeta é "removida"quando adotamos o referencial em rotação, pois não há nada girando nele, experimenta-se a pseudo-força, de mesma magnitude mas sentido contrário, no caso, para fora.

Arbitre um eixo ordenado que passa no meio do sulco e é paralelo a ele. Seja x o deslocamento da massa de seu ponto de equilíbrio no centro do disco. Como todas as forças atuam nesse eixo, suprimirei notação vetorial: valores positivos são para a direita, e valores negativos, para a esquerda. A força resultante atuando sobre a massa será:

$$F_r = F_{cen} + F_{ela;d} + F_{ela;e}$$
$$F_r = m\omega^2 x - kx - kx$$
$$F_r = -(2k - m\omega^2)x$$

Note que a expressão final que obtemos é similar a de uma sistema massa-mola simples, com constante de mola efetivo $k_{ef} = 2k - m\omega^2$. Isso ocorre porque todas as forças atuando sobre a massa são diretamente proporcionais ao deslocamento, e obtemos um efeito análogo a uma associação de molas. Porém, note que, ao contrário de uma associação de molas normal, para certos valores de ω, $k_{ef} < 0$, indicando que a força resultante pode não ser restauradora. Isso ocorre precisamente quando a força centrífuga supera as forças elásticas.

a) Note que, para que o movimento ser oscilatório, a força resultante deve ser restauradora. Pelas considerações feitas anteriormente, isso equivale a $k_{ef} > 0$. Desenvolvendo,

$$k_{ef} > 0$$
$$2k - m\omega^2 > 0$$
$$\omega < \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

Identificamos então que

$$\boxed{\omega_m = \sqrt{\frac{2k}{m}}}$$

b) Continuando a analogia com um sistema massa-mola simples, obtemos a frequência de oscilação f:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_{ef}}{m}}$$
$$\boxed{f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2k}{m} - \omega^2}}$$

Note que essa expressão só faz sentido para $\omega < \omega_m$, como deveria ser.

c) Note que $\omega > \omega_m$ implica $k_{ef} < 0$. Pelas considerações feitas anteriormente, a força centrífuga supera as forças elásticas, e a força resultante não é restauradora, promovendo o deslocamento.

Em outras palavras, há um equilíbrio instável da massa em $x = 0$. Portanto, com qualquer pertubação, a massa tende a se desviar mais e mais do centro, no sentido da pertubação, até atingir as paredes do disco, onde é finalmente impedida por forças normais, ficando colada em uma das extremidades para todo o sempre.

Questão 3. Uma estação de rádio que opera na frequência de 75 MHz está localizada no limite da região urbana de uma cidade. A estação possui uma antena de potência P_0 que envia o sinal isotropicamente. Com o objetivo de evitar o desperdício de energia enviando o sinal para a zona rural a oeste, os proprietários da estação de rádio decidem direcionar o sinal para leste onde reside seu público. Sabendo que este efeito pode ser obtido por interferência entre sinais, eles decidem instalar uma segunda antena a uma distância $d \geq 10\,\text{m}$ a oeste da primeira (a distância mínima é uma exigência técnica de instalação). Após instaladas, cada antena opera com potência P e o sinal da segunda antena em relação à primeira é emitido com uma diferença de fase ϕ. Suponha uma região perfeitamente plana. Determine:

a) A razão de P/P_0 para que o sinal na nova configuração chegue na região urbana com a mesma intensidade de antes.

b) A menor distância de instalação d entre as antenas.

c) O menor valor de $|\phi|$ em graus. O sinal da segunda antena deve estar atrasado, em fase ou adiantado em relação primeira?

Solução - Questão 3.

a) Na região urbana irá ocorrer uma interferência construtiva entre as ondas vindas de cada uma das antenas. Nesse tipo de interferência as amplitudes A individuais de cada uma das ondas se somam, originando uma onda de amplitude $2A$.

É importanto pensar nisso já que a potência P depende da amplitude da seguinte forma:

$$P \propto A^2 \implies P = cA^2$$

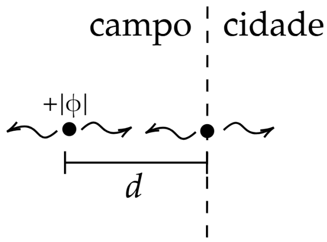
Sendo c uma constante. Portanto, a potência resultante da soma das duas ondas é:

$$P_{res} = 4cA^2 \implies P_0 = 4P$$

Uma vez que queremos $P_{res} = P_0$. O que leva à:

$$\boxed{\frac{P}{P_0} = \frac{1}{4}}$$

b)/c) Vamos resolver esses dois itens juntos, pois eles se relacionam. Veja o esquema abaixo:



Antes de tudo você deve entender que a fase ϕ é positiva, uma vez que o sinal de rádio deve chegar sincronizado na cidade e da antena que sai do campo demora mais tempo para chegar. Isso já responde um questionamento feito no final. Com isso, vamos equacionar as diferenças de fase para que haja interferência construtiva na cidade e destrutiva no campo ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$):

$$|\phi| + kd = m_1 2\pi$$
$$|\phi| - kd = \left(m_2 + \frac{1}{2}\right) 2\pi$$

Onde a primeira equação representa a interferência construtiva na cidade e a segunda a destrutiva no campo. A partir disso, obtemos:

$$|\phi| = \frac{\pi}{2} + \pi(m_1 + m_2)$$
$$d = \frac{\lambda}{2}\left(m_1 - m_2 - \frac{1}{2}\right)$$

O comprimento de onda λ pode ser calculado a prtir de $\lambda f = 3 \cdot 10^8$ m/s, que resulta em $\lambda = 4$ m. Portanto:

$$d = (2(m_1 - m_2) - 1) \text{ m}$$

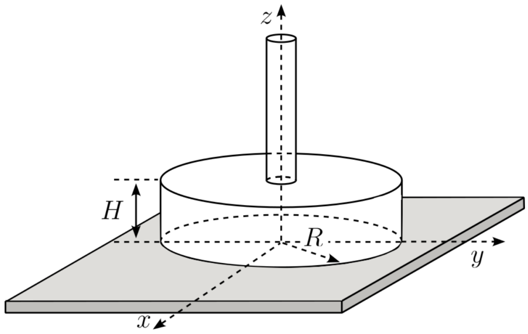
Uma vez que $m_1 - m_2$ é inteiro, o menor d maior ou igual a 10 que podemos encontrar é $d = 11$ m, quando $m_1 - m_2 = 6$. Note que não é possível conseguirmos o próprio 10, uma vez que $2(m_1 - m_2) - 1$ sempre será ímpar, já que é um número par menos 1. Com isso:

$$\boxed{d = 11 \text{ m}}$$

Já para $|\phi|$, devemos analisar $m_1 + m_2$ para $m_1 - m_2 = 6$. Note que $m_1 + m_2$ é um número inteiro e par, uma vez que $m_1 - m_2$ é par. Com isso ele assume valores $\{\dots, -2, 0, 2, \dots\}$, sendo que um teste rápido desses valores nos mostra que se ele for menor que zero, então $|\phi| < 0$, o que é um absurdo, levando ao menor valor possível para $|\phi|$ quando $m_1 = -m_2 = 3$ e então:

$$\boxed{|\phi| = \frac{\pi}{2} = 90^\circ}$$

Questão 4. Em um laboratório de física um estudante produz uma peça perfurando a base de um pote cilíndrico de raio R = 4 cm e altura H = 3 cm. Depois cola um tubo longo oco e fino na abertura criada e veda as junções de modo que a peça funcione como um funil. Então completa o arranjo experimental inicial apoiando a peça sobre uma superfície horizontal de borracha. Veja figura ao lado (note que o "funil" está de cabeça para baixo). A peça tem uma massa total de 300 g. Ao derramar água pela abertura superior do tubo fino, o contato da boca do "funil" com a borracha impede que a água vaze. Até que altura z, medida em relação à superfície de borracha, o estudante pode adicionar água sem que a peça levante?



Solução - Questão 4.

Vamos analizar as pressões nos pontos A(dentro do cilindro maior a uma altura H) e B(dentro do cilindro maior e na altura do chão).

No ponto A:

$$P_A = \rho g z - \rho g H = \rho g(z - H)$$

No ponto B:

$$P_B = \rho g z$$

O empuxo exercido pelo líquido no funil será:

$$E = \Delta P \cdot \textit{(Área do topo do cilíndro maior)}$$

$$E = \Delta P \cdot \pi R^2$$

A altura máxima que se pode preencher o tubo com água, sem que a peça levante, é a altura tal que $P = E$, sendo P o peso do tubo. Logo:

$$mg = \Delta P \pi R^2 \Rightarrow mg = \rho g(z - H)\pi R^2$$

Isolando z:

$$z = \frac{m + \rho H \pi R^2}{\rho \pi R^2} = \frac{m}{\rho \pi R^2} + H = 9,25cm$$

$$\boxed{z = 9,25cm}$$

Questão 5.

Sondas espaciais movidas a velas solares utilizam a pressão (força por unidade de área) da luz solar para propulsão. Quando um fóton (partícula de luz) colide com um objeto ele exerce uma pequena força sobre ele. Em uma vela solar, os milhares de bilhões de fótons que formam o feixe de luz colidem com a superfície refletora da vela, empurrando-a.

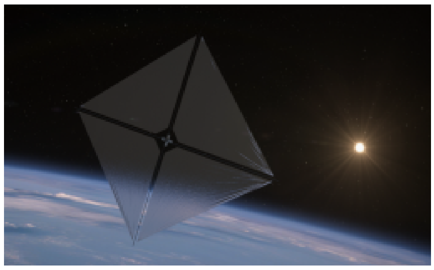


Figura: www.nasa.gov/general/nasa-next-generation-solar-sail-boom-technology-ready-for-launch.

Quando um feixe de intensidade I (energia por unidade de tempo por unidade de área) incide perpendicularmente em uma vela perfeitamente refletora de área A, a força de radiação F_r é dada por

$$F_r = \frac{2IA}{c},$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo.

Considere uma região do espaço de campo gravitacional desprezível. Nesta região, uma estação espacial dispara um feixe de luz monocromático de frequência F e intensidade I que incide perpendicularmente sobre uma área A de uma vela solar perfeitamente refletora que se afasta com velocidade $v \ll c$.

a) Qual a frequência do feixe refletido pela vela solar que é medida por um observador na estação espacial?

b) Considerando as trocas de energia envolvidas na propulsão da vela solar, demonstre, na região em que $v \ll c$, que a expressão de F_r dada é consistente com o princípio da conservação da energia.

Solução - Questão 5.

a) Para determinar a frequência refletida, precisamos aplicar o efeito Doppler relativístico para a luz. Esse efeito ocorrerá duas vezes na situação, uma antes do feixe atingir a vela, e outra após a reflexão dele.

Quando o feixe de luz é emitido pela estação e incide sobre a vela solar, a frequência percebida pela vela é:

$$F'_{\text{ida}} = F\sqrt{\frac{c - v}{c + v}}$$

Onde F é a frequência original do feixe de luz.

A luz é refletida pela vela, e ao retornar para a estação, sofre outro efeito Doppler. A nova frequência medida na estação será:

$$F'_{\text{volta}} = F'_{\text{ida}}\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$$

Combinando as expressões para a ida e a volta, obtemos:

$$F' = F\sqrt{\frac{c-v}{c+v}} \cdot \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} = F\frac{c-v}{c+v}$$

Para velocidades $v \ll c$, podemos simplificar usando a aproximação binomial:

$$\frac{c-v}{c+v} \approx 1 - \frac{2v}{c}$$

Assim, a frequência medida pelo observador na estação será:

$$\boxed{F' \approx F\left(1 - \frac{2v}{c}\right)}$$

b) Para demonstrar a consistência da expressão de $F_r = \frac{2IA}{c}$ com o princípio de conservação de energia, vamos analisar a energia transferida para a vela solar.

Na visão de um observador estacionário, os fótons que atingem a vela mudam de frequência devido ao movimento da vela, o que implica em uma variação na energia dos fótons. Essa variação pode ser expressa por:

$$\Delta E = NhF - NhF\left(1 - \frac{2v}{c}\right) = \frac{2NhFv}{c}$$

Onde N é o número de fótons que atingem a vela e a energia de um fóton é hF.

O número de fótons que incide sobre a vela durante um intervalo de tempo Δt pode ser relacionado à intensidade do feixe, de modo que:

$$NhF = IA\Delta t$$

Onde Δt representa o tempo de contato do feixe com a vela.

Pela conservação de energia, a variação na energia do feixe de luz deve ser igual à variação na energia cinética da vela. Assim, temos:

$$\Delta E = \frac{mv'^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$$

Onde m é a massa da vela, v_0 é a velocidade inicial da vela e v' é a velocidade final.

Como sabemos que:

$$v' = v_0 + a\Delta t$$

Substituímos na expressão para ΔE. Ignorando os termos de ordem Δt^2, temos:

$$\Delta E = \frac{m}{2}\left(v_0^2 + 2a\Delta t v_0 - v_0^2\right) = mav_0\Delta t$$

Igualando a variação de energia obtida da expressão para os fótons:

$$\frac{2IA\Delta t v_0}{c} = mav_0\Delta t$$

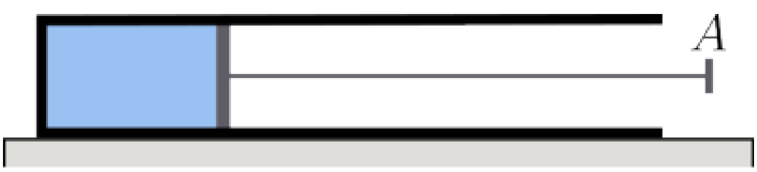
Podemos simplificar por $v_0\Delta t$, resultando em:

$$ma = \frac{2IA}{c}$$

Como ma corresponde à força resultante exercida sobre a vela, que é gerada pela pressão da radiação do feixe de fótons, podemos concluir que essa é a força de radiação:

$$\boxed{F_r = \frac{2IA}{c}}$$

Questão 6. Uma porção de volume V_0 de gás monoatômico ideal está confinada em uma câmara de um cilindro ao qual está acoplado a um pistão móvel, conforme a figura. As paredes do cilindro são condutoras de calor e a superfície externa do êmbolo do pistão está em contato com a atmosfera. O sistema está apoiado em uma mesa horizontal e está em equilíbrio termodinâmico com a atmosfera de pressão p_0. Em determinado momento, uma força externa $\vec{F}$ é aplicada no ponto A do pistão e faz com que o gás se expanda muito lentamente até atingir o triplo do volume inicial. Determine o trabalho realizado por $\vec{F}$.



Solução - Questão 6. Processos quasi-estáticos são caracterizados pelo equilíbrio dinâmico dos componentes do sistema, o pistão não acelera, a força resultante sobre ele é nula. Além disso, o problema nos diz que as paredes do cilindro que contém o gás podem trocar calor com o exterior, mantendo assim, também o equilíbrio térmico. Logo, a respeito do processo, pode-se afirmar duas condições:

- O processo é isotérmico, a temperatura é constante, e por consequência a energia interna também o é.

- A força resultante no pistão é nula.

Da primeira condição, podemos escrever a pressão p em função do volume ocupado V, n é o número de mols, que também é constante.

$$pV = nRT = p_0V_0$$

$$\boxed{p = \frac{p_0V_0}{V}}$$

Da segunda condição, podemos escrever:

$$|\vec{F}| - p_0A + pA = 0$$

Logo,

$$\boxed{|\vec{F}| = p_0A\left(1 - \frac{V_0}{V}\right)}$$

Daí podemos escrever o trabalho da força $\vec{F}$, lembrando que estamos calculando apenas o seu módulo, mas podemos perceber que ela deve ser contrária à força de pressão atmosférica, que é em todos os momentos maior que a força exercida pelo gás nas paredes do pistão. Logo, é na mesma direção do aumento de volume. Para calcular o trabalho, devemos invocar resultados advindos do cálculo integral, que é o trabalho da isoterma, que tem a forma:$\int \frac{dV}{V}$, que vale $\ln(\frac{V_f}{V_i})$
Logo o trabalho total é o de uma isobárica "expandindo"e o de uma isotérmica "sofrendo compressão"

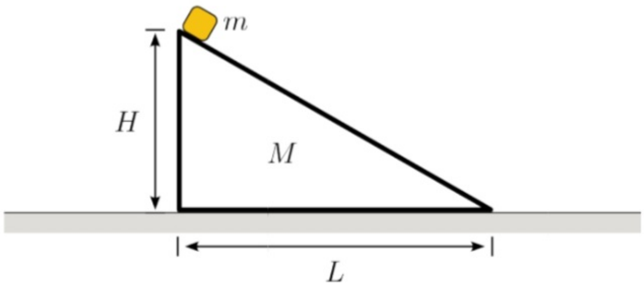
$$W = p_0\Delta V - p_0V_0ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

$$W = 2p_0V_0 - p_0V_0ln\left(\frac{3V_0}{V_0}\right)$$

$$\boxed{W = 2p_0V_0 - p_0V_0ln(3)}$$

Resposta: $2p_0V_0 - p_0V_0ln(3)$

Questão 7. Uma cunha de massa $M = 300g$, $H = 30$ cm e $L = 40$ cm está em repouso apoiada em uma superfície horizontal fixa. Em determinado instante, um pequeno bloco de massa m = 100 g é apoiado e abandonado com velocidade nula no ponto mais alto da cunha, veja a figura. Considere que todas as superfícies em contato são perfeitamente lisas, ou seja, tanto o bloco sobre a cunha quanto a cunha sobre a superfície horizontal deslizam sem a ação de forças de atrito. No instante imediatamente anterior ao bloco atingir a superfície horizontal, determine (em relação ao referencial fixo):



a) O deslocamento da cunha.

b) A intensidade da velocidade do bloco

Solução - Questão 7.

a) Percebe-se que o sistema se trata de um sistema isolado de forças externas na horizontal. De modo que o centro de massa não se desloca na horizontal. Por isso, podemos escrever:

$$MD_x = md_x$$

Além disso, podemos analisar o movimento no referencial da cunha. Nesse referencial, o movimento da caixa é paralelo ao plano. Assim, podemos escrever:

$$\tan(\theta) = \frac{D_y}{d_x + D_x}$$

Substituindo:

$$\tan(\theta) = \frac{D_y}{\frac{D_x \cdot M}{m} + D_x}$$

Como d_y é simplesmente a altura H, substituindo os valores conhecidos:

$$\tan(\theta) = \frac{30}{40} = \frac{3}{4} \implies \frac{3}{4} = \frac{D_y}{\frac{D_x \cdot 300}{100} + D + x} \implies \frac{3}{4} = \frac{D_y}{4\,D_x} \implies 3\,D_x = D_y = H$$

Como $H = 30cm$

$$\boxed{3D_x = 30 \implies D_x = 10cm}$$

b) Percebe-se que o sistema se trata de um sistema isolado de forças externas na horizontal. De modo que o centro de massa não se desloca. Pela mesma explicação, o momento se conserva na horiznotal, de expressão também vale para a velocidade, de modo que . Semelhantemente, também vale para as velocidades:

$$MV_x = mv_x$$

Podemos recorrer novamente à análise do referencial da cunha. Como o movimentos se dá paralelo ao plano, temos que:

$$\tan(\theta) = \frac{3}{4} = \frac{v_{yrel}}{v_{xrel}} = \frac{v_y}{V_x + v_x}$$

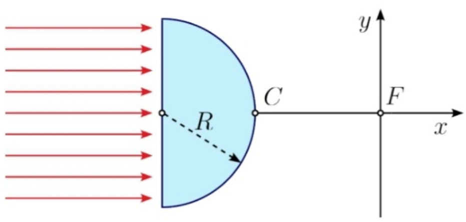
Usando a equação da conservação do momento com essa e fazendo as contas, chegamos na conclusão que $v_x = v_y = 3V_x$ Por fim, podemos conservar a energia total do sistema e, assim achar a velocidade.

$$\frac{mv_y^2}{2} + \frac{mv_x^2}{2} + \frac{MV_x^2}{2} = mgH$$

Substituindo os valores e fazendo as contas, chegamos que $v_x = v_y = 1,12$ m/s. Logo:

$$\boxed{v_{tot} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2}v_x = 1,6}$$

Questão 8. Um feixe de luz monocromática incide perpendicularmente na superfície de um prisma semicilíndrico de raio $R = 4,00$ cm conforme a figura. O prisma está imerso no ar e é feito de um material de índice de refração $n = 1,40$. No ponto F em frente ao prisma, que é o ponto focal do feixe de luz, é colocado um anteparo opaco. Desprezando as reflexões internas no prisma a partir da 2ª ordem, determine:



a) A distância entre os pontos F e C.

b) O maior valor da coordenada y no anteparo que é iluminada pelo feixe.

Solução - Questão 8.

Dentre todas as questões da prova, essa é a mais polêmica. É necessário fazer diversas ressalvas antes de mostrarmos a solução proposta pelo nosso time.

O principal problema aqui é conceitual. O enunciado cita o ponto focal desse prisma e, para que os raios sejam focalizados em um só ponto, a aproximação paraxial, relativa à pequenos ângulos de incidência no dipotro esférico deveria funcionar. A figura, no entanto, mostra toda a seção do prisma sendo iluminada pelo feixe, o que não concorda com essa aproximação, fazendo com que essa abordagem não funcione e os raios não sejam focalizados todos em um só ponto.

O que acontece aqui é um caso real de aberração óptica, quando lidamos com elementos ópticos não gaussianos, um assunto que requer artifícios físicos e matemáticos muito além do escopo da OBF.

Dito isso, iremos apresentar algumas abordagens possíveis, deixando claro, no entanto, que todas elas possuem problemas conceituais. a) A solução proposta pelo time do AMPS+OB irá ignorar a figura e considerar que a aproximação paraxial funciona.

Aqui teremos o foco de um dioptro esférico, que segue a ssguinte equação:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

Onde $n_1 = 1,4$ e $n_2 = 1$. O ponto focal desse sistema corresponde ao local em que os raios provenientes do infinito ($p \to \infty$) convergem.

A solução proposta pelo time do AMPS+OB irá ignorar a figura e considerar que a aproximação paraxial funciona.

Usando esse limite e fazendo $q = f$ encontramos:

$$f = \frac{R}{1,4 - 1} \implies \boxed{f = 10 \text{ cm}}$$

b) Esse item é mais controverso do que o anterior, uma vez que a abordagem considerando a aproximação paraxial chegaria ao fato que o y em questão é zero.

O que, na realidade, não faz sentido. Outra abordagem seria considerar o raio que incide na superfície do prisma pelo ângulo limite, saindo tangente pelo cilindro. O ângulo do arco em que esse raio incide seria 45° que não concorda com a aproximação paraxial.

Então, esse item será deixado em branco nesse gabarito, uma vez que entendemos que não foram fornecidas as condições físicas ou definições suficientes para a resolução do problema.