



Comentário OBF - Fase 3, Nível Júnior

Autores: Clara, Gustavo Globig, Heitor Chaves, João Vitor Evers, Lucas Cavalcante, Maria Beatriz e Pedro Saldanha

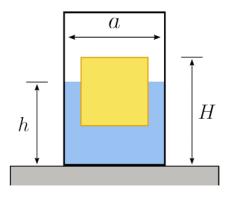








Questão 1. Dentro de uma geladeira de temperatura interna $T_i = 6^{\circ}C$, há uma cuba de base quadrada com lado a = 10 cm. Dentro da cuba, há 750 g de água e 194,4 g de manteiga na forma de uma barra cúbica. A figura ao lado, fora de escala, mostra a cuba com a água e a manteiga, onde h e H são, respectivamente, as alturas em relação à base da cuba dos níveis mais altos de água e de manteiga. Considere que a manteiga tem temperatura de fusão $T_f = 26^{\circ}C$ e densidade constante de 0,9 g/cm³. Trata-se de um dia quente de verão de temperatura ambiente $T_a = 36^{\circ}C$. Desconsidere a dilatação da água e do recipiente.



- a) Determine os valores de h e H, em cm, com a cuba ainda na geladeira.
- b) Determine os valores de h e H, em cm, após a cuba ter sido retirada da geladeira, apoiada em uma mesa horizontal e esperado até que toda a manteiga tenha se derretido.

Solução - Questão 1

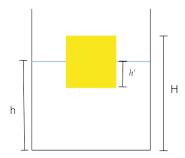
a) Primeiro, precisamos encontrar o comprimento do lado do cubo de manteiga. Para isso, pode-se analisar a relação entre seu volume e densidade:

$$d_m l^3 = m_m$$

$$l = \sqrt[3]{\frac{m_m}{d_m}} = 6 \text{ cm}$$

Onde l é o lado do cubo, m_m é a massa da manteiga e d_m a densidade da manteiga.

Então, redesenhando a imagem da questão com a marcação da parte do cubo que está imersa na água:



Para encontrar a altura h', é preciso igualar o empuxo com o peso do cubo de manteiga:





$$d_a h' l^2 g = m_m g$$
$$h' = \frac{m_m}{d_a l^2} = 5,4 \text{cm}$$

Agora, para encontrar a altura h da água, pode-se encontrar o volume da água considerando um paralelepípedo de altura h e base a^2 menos a parte que é ocupada pela manteiga, $h'l^2$:

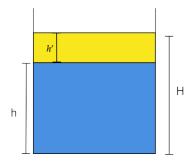
$$m_a = d_a(a^2h - l^2h')$$

$$h = \frac{\frac{m_a}{d_a} + l^2 h'}{a^2} = 9,444 \text{cm}$$

Agora, a altura H será a altura da água mais a parte da manteiga que está fora da água:

$$H = h + l - h' = 10,044$$
cm

b) Quando a manteiga derrete completamente, a situação será uma camada apenas água e em cima apenas manteiga, pois a densidade da manteiga é maior que da água. A situação ficará:



Nesse caso, para encontrar a altura h, é necessário considerar o volume de um paralelepípedo com altura h e base a^2 composto apenas por água:

$$a^2 h d_a = m_a$$

$$h = \frac{m_a}{d_a a^2} = 7.5 \text{cm}$$

Agora, para a altura H, primeiro, deve-se descobrir a altura h' da camada de manteiga. Pode-se executar o mesmo procedimento do necessário para a água:

$$h'l^2d_m = m_m$$
$$h' = \frac{m_m}{d_m a^2} = 2,16cm$$





Por fim, a altura H será:

$$H = h' + h = 9,66$$
cm

Questão 2. Júlio Verne pode ser considerado o criador do gênero literário de ficção científica. Em 1873, ele publicou o romance de aventura *A Volta ao Mundo em 80 Dias* no qual a rapidez e a integração dos transportes são destaques da trama.

Considerando uma viagem de volta ao mundo que dura exatamente 80 dias, determine a velocidade escalar média (rapidez média) dos viajantes, em km/h, nos casos:

- a) A viagem é feita ao longo do equador.
- b) A viagem é feita ao longo do paralelo de latitude 30° norte.

Solução - Questão 2.

a) A velocidade média é, por definição:

$$v = \frac{d}{t}$$

A distância percorrida no equador corresponde à circunferência da Terra. Utilizando os dados fornecidos na prova ($\pi = 3$ e raio da Terra $R_t = 6400 \,\mathrm{km}$), temos:

$$d = 2\pi R_t = 2 \times 3 \times 6400 = 38400 \,\mathrm{km}$$

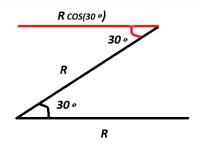
O tempo de viagem é de 80 dias. Convertendo para horas:

$$t = 80 \times 24 = 1920 \,\mathrm{h}$$

Assim, a velocidade média em km/h é:

$$v = \frac{38400}{1920} \,\mathrm{km/h} \Rightarrow v = 20 \,\mathrm{km/h}$$

b) Neste caso, o raio da circunferência percorrida corresponde ao círculo de latitude 30°. Usando um pouco de geometria, podemos determinar que o raio dessa nova circunferência é $R_t \cos(30^\circ)$.







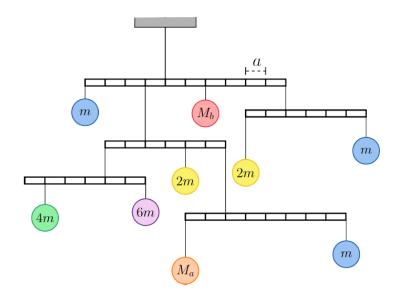
Utilizando os dados fornecidos na prova $(\cos(30^\circ) = 0.85)$, temos:

$$d = 2\pi R_t \times 0.85 = 32640 \,\mathrm{km}$$

O tempo permanece o mesmo, portanto, a velocidade média em km/h é:

$$v = \frac{32640}{1920} \,\mathrm{km/h} \Rightarrow \boxed{v = 17 \,\mathrm{km/h}}$$

Questão 3. Um móbile fixado no teto está em equilíbrio estático, conforme a figura ao lado. As hastes, de massas desprezíveis, têm marcas verticais a cada $a=5\,\mathrm{cm}$ onde podem ser penduradas bolas. As massas das bolas estão indicadas na própria figura. Considere que $m=30\,\mathrm{g}$, logo, uma bola marcada com 2m possui massa de $60\,\mathrm{g}$ e assim por diante.



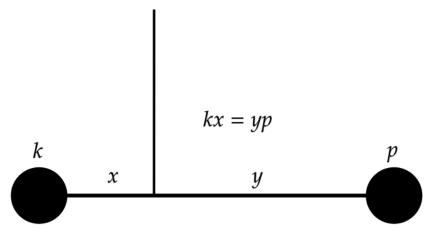
Determine:

- a) A massa de M_a , em g.
- b) A massa de M_b , em g.





Solução - Questão 3. Nesta questão, utilizaremos o conceito de torque. Para cada um dos sistemas que compõem a figura, podemos trabalhar com a seguinte simplificação:



Onde

- ullet x é o braço para a esfera de massa k
- ullet y é o braço para a esfera de massa p

A equação para o torque é:

$$F \cdot b_{\text{braço}} = \text{Torque}$$

Como F = mg, temos

$$mg \cdot b_{\text{braço}} = \text{Torque}$$

Para que o sistema esteja em equilíbrio, o torque total deve ser nulo. Logo, o torque de cada lado deve ser igual. Em outras palavras, temos que

$$(kx)g = (yp)g$$

Portanto,

$$kx = yp$$

Com essa introdução, podemos resolver todos os itens desta questão.

a) Neste caso, observe que k é a massa desconhecida, x=2a, y=6a e p=m. Assim, podemos reorganizar a equação kx=yp para obter k:

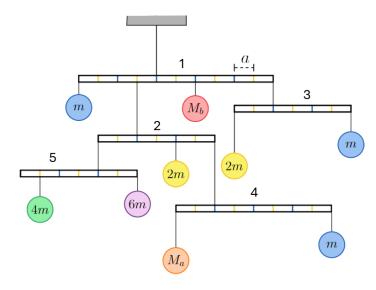
$$k = \frac{yp}{x} = \frac{(6a)m}{2a} = 3m$$

Como $m = 30 \,\mathrm{g}$, então:

$$k = M_a = 3 \times 30 \,\mathrm{g} = 90 \,\mathrm{g}$$



b) Nomeando cada um dos sistemas da questão como 1, 2, 3, 4 e 5:



(i) Para cada um dos sistemas (exceto o sistema 1), analisaremos a massa total que gera torque em cada lado no sistema 1. Note que a tensão do fio que segura o sistema 2 deve ser igual à soma das forças gravitacionais das massas dos sistemas 2, 4 e 5. Analisando o lado direito do sistema 1, a tensão no fio que sustenta o sistema 3 será igual à força gravitacional das massas do sistema 3. Podemos expressar isso como:

$$T_2 = (4m + 6m + 2m)g + (3m + m)g = 16mg$$

 $T_3 = (2m + m)g = 3mg$

onde T_2 é a tensão do fio que segura o sistema 2 e T_3 é a tensão do fio que segura o sistema 3.

Como o torque total deve ser nulo, o torque de cada lado deve ser igual. Notando que $b_2 = a$ (braço do fio 2), $b_3 = 6a$ (braço do fio 1), e que, para a massa m, o braço é 4a, e para M_b (a massa que queremos determinar) o braço é 2a, temos:

$$(16mg)a + (mg)4a = (M_bg)2a + (3mg)6a$$

Simplificando,

$$2m = 2(M_b)$$

Portanto,

$$m = M_b = 30\,\mathrm{g}$$





Questão 4. Sondas espaciais movidas a velas solares utilizam a pressão (força por unidade de área) da luz solar para propulsão. Quando um fóton (partícula de luz) colide com um objeto ele exerce uma pequena força sobre ele. Em uma vela solar, os milhares de bilhões de fótons que formam o feixe de luz colidem com a superfície refletora da vela, empurrando-a.

A vela solar de uma sonda espacial tem funcionamento análogo ao de uma vela de um barco a vela. Considere estes dois sistemas de propulsão para responder as questões abaixo.



 $\label{eq:figura:www.nasa.gov/general/nasa-next-generation-solar-sail-boom-technology-ready-for-launch.}$

- a) Quais entidades presentes na propulsão de uma barco a vela são, respectivamente, análogos às apresentadas no texto: (1) feixe de luz, (2) fótons?
- b) Quais as transferências de energia que ocorrem nos dois sistemas de propulsão.
- c) Discuta, nos dois casos, como a orientação da vela influencia sobre a força de radiação exercida sobre ela. Em qual orientação a força é máxima? Em qual é mínima? Faça diagramas.

Solução - Questão 4.

a) No caso de um barco a vela, os análogos são:

Feixe de luz: vento (fluxo de ar)

Fótons: moléculas de ar que colidem com a vela

- b) Para a vela de um barco, a energia cinética do vento é transformada na energia cinética do barco. Enquanto que para a vela solar, a energia eletromagnética do fóton é transformada na energia cinética da vela solar.
- c) A força de radiação é máxima quando a vela está orientada perpendicularmente ao feixe de luz, pois a colisão com o feixe de fótons ocorrerá de frente, possuindo a maior área de contato possível. Ela é mínima (ou zero) quando a vela está paralela ao feixe de luz, pois, nesse caso, não ocorre tantas colisões com o feixe de fótons. Essas situações estão representadas a seguir, o diagrama da esquerda é a vista lateral, enquanto a direita a vista frontal de cada situação.

Caso de máximo:									
		0 (•	_	0 1	0 0		•
	•			·					
		•		۰	۰	•	0 0		•
	°			۰	۰	• •			° 1
	l °	0 0	, ,	۰	۰		0 0		ا ۽
	١.	0 0		۰	·				
	١.	0 0		0	۰				
				۰	۰				
	•	•	۰ ۰	۰	۰	•	0 0	, ,	•
	•		۰ ۰	۰	۰	•	0 0		۰ ۱
	L	0 0	٠.	<u> </u>	•	• •	0 0		_





Caso de mínimo:					
	• • • • •				
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·				

Questão 5.

Um estudante de física está fazendo um experimento no qual observa o aquecimento de 3 litros de água pura, colocadas em uma panela grande, em diferentes situações. Os queimadores do fogão podem ser ajustados para "fogo baixo" e "fogo alto", fornecendo, respectivamente, 600 joules por segundo e 3000 joules por segundo. Ele observa três situações:

- 1. Sobre um queimador em fogo baixo a água da panela nunca entra em ebulição. Mesmo depois de passados 30 minutos, o nível de água na panela é aproximadamente o mesmo.
- 2. Sobre o queimador em fogo alto a água entra em ebulição depois de 7 minutos em que é ligado.
- 3. Com a água em ebulição e reajustando o queimador de fogo alto para fogo baixo, após alguns instantes, a água da panela deixa de estar em ebulição.
- a) Por que a água não entra em ebulição na situação 1?
- b) Qual a temperatura da água após 7 minutos da panela na situação 2.
- c) Estime o intervalo de tempo, em minutos, a partir do instante em que se liga o queimador, para que toda a água da panela se evapore na situação 2.

Solução - Questão 5.

a) Considere um ambiente com temperatura de 25 °C e pressão de 1 atm. Nesse caso, o calor necessário para aquecer a água até o ponto de ebulição pode ser calculado pela fórmula:

$$Q = mc\Delta T = 945 \times 10^3 \,\mathrm{J}$$

O calor fornecido pelo queimador em "fogo baixo" é dado por:

$$Q = \text{Pot} \cdot \Delta t = 1,080,000 \,\text{J}$$

Teoricamente, essa quantidade de calor seria suficiente para que a água atingisse o ponto de ebulição. No entanto, para que isso ocorra, é necessário que não haja perda de calor para o ambiente, o que é difícil de evitar em situações reais.

Durante o aquecimento, ocorre não apenas a transferência de calor da chama para a água, mas também trocas de calor entre a água e o ar ao redor, elevando até mesmo a temperatura ambiente. Essas perdas aumentam conforme a temperatura da água se eleva, pois a diferença de temperatura entre a água e o ambiente torna-se maior.





Assim, se a quantidade de calor perdida para o ambiente se igualar ou até superar o calor fornecido pelo queimador em "fogo baixo", a temperatura da água se estabilizará antes de atingir o ponto de ebulição, tornando o aquecimento adicional ineficaz.

Além disso, como a questão não especifica o ambiente onde o sistema se encontra, também seria válido considerar que a pressão possa ser diferente de 1 atm, o que alteraria a temperatura de ebulição da água. Dessa forma, mesmo que a água atingisse 100 °C, isso poderia não ser suficiente para que ela entrasse em ebulição.

- b) A temperatura da água após 7 minutos é aproximadamente 100 °C, pois, ao entrar em ebulição, ela se estabiliza nessa temperatura até que toda a água evapore.
- c) Para que toda a água se evapore, é necessário fornecer o calor de vaporização para toda a massa de água, dado por:

$$Q = m \cdot L$$

$$Q = 3 \times 10^{3} \times 540 \times 4, 2 = 6,804,000 \,\text{J}$$

Para calcular o tempo necessário para que toda a água evapore, utilizamos a relação entre potência e energia:

$$Pot = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{Q}{Pot}$$

Como a potência do queimador em fogo alto é 3000 J/s, o tempo necessário será:

$$\Delta t = \frac{6,804,000}{3000} = 2268 \,\mathrm{s} = 37,8 \,\mathrm{minutos}$$

Portanto, o tempo total para que toda a água evapore, considerando os 7 minutos iniciais para atingir a ebulição, é:

$$37.8 + 7 = \boxed{44.8 \operatorname{minutos}}$$





Questão 6.

00 ml 59 4,8 4,6	200 ml 119 9,5 9,2	6 3
59 4,8 4,6	9,5 9,2	6 3
4,8 4,6	9,5 9,2	3
4,6	9,2	
-1-		_
0	0	0
	0	0
3,1	6,3	13
3,1	6,2	10
2	4	20
0	0.2	10
0	0	0
57	115	6
	0 0 57	2 4 0 0,2 0 0

Figura 1: Informação nutricional do leite integral.

A figura acima mostra a etiqueta de informação nutricional de uma embalagem de um litro de leite integral. Observe que as linhas que começam com espaçamento inicial são subcategorias do grupo alimentar. Por exemplo, no grupo **gorduras totais**, que inclui todo o tipo de gordura, a etiqueta discrimina a parte que é **saturada** e a parte que é **trans** (entre outras).

Os alimentos que fornecem energia pertencem aos grupos alimentares **carboidratos**, **proteínas** ou **gorduras**. Considere que uma grama de carboidrato ou de proteína fornece aproximadamente 4 kcal (quilocalorias).

- a) Qual o valor energético em kcal de uma porção de leite?
- b) Considerando uma porção de leite, quanta energia, aproximadamente, em kcal, é fornecida para cada grama de gordura?

Solução - Questão 6.

- a) Existem duas tabelas nutricionais: uma para 100 ml e outra para 200 ml de leite. Como a imagem indica que a porção é de 200 ml, usaremos essa tabela. Nela, é possível observar que uma porção de leite contém 119 kcal.
- b) Existem três tipos de nutrientes: carboidratos, proteínas e gorduras. Como a questão solicita a energia fornecida por cada grama de gordura, primeiro subtraímos da energia total a energia proveniente dos carboidratos e proteínas. Isso nos leva à seguinte expressão:

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{carb}} + E_{\text{prot}} + E_{\text{gordura}}$$

 $E_{\text{gordura}} = E_{\text{tot}} - E_{\text{carb}} - E_{\text{prot}}$

Embora não tenhamos a energia total de cada nutriente, conhecemos a energia por grama e a massa em gramas de carboidratos e proteínas, o que nos permite calcular a energia total desses nutrientes. Assim, temos:

$$E_{\text{nutriente}} = r \cdot M$$



onde M representa a massa do nutriente em uma porção de 200 ml, e r é a energia por grama, dada como $r=4\,\mathrm{kcal/g}$. Assim, podemos substituir os valores de massa dos carboidratos e das proteínas(encontrados na tabela) para obter:

$$E_{\rm carb} = 4 \cdot 9, 5 = 38kcal$$

$$E_{\text{prot}} = 4 \cdot 6, 3 = 25, 2kcal$$

Substituindo na equação anteriormente encontrada:

$$E_{\text{gordura}} = 119 - 38 - 25, 2$$
$$E_{\text{gordura}} = 55, 8 \text{ kcal}$$

Agora que obtivemos a energia total das gorduras, resta calcular a energia fornecida por grama de gordura r'

$$r' = \frac{E_{\text{gordura}}}{\text{massa total de gordura}}$$

$$r' = \frac{55, 8}{6, 2} \longrightarrow \boxed{r' = 9 \text{ kcal/g}}$$

Questão 7. Um helicóptero decola no instante t=0 nas proximidades de um aeroporto. A tabela mostra as coordenadas cartesianas do helicóptero em um sistema de referência com origem no radar do aeroporto durante os 25 minutos em que ele voa em sua zona de segurança. Os eixos x e y, são paralelos às direções cardeais, com o eixo y apontando para o norte e o eixo x para o leste. A tabela mostra os instantes nos quais o helicóptero muda de direção de movimento e o instante final no qual o helicóptero deixa de ser monitorado pelo radar.

t (min)	x (km)	y (km)
0,0	0,0	3,0
5,0	-4,0	6,0
13,0	-12,0	0,0
19,0	0,0	-9,0
25,0	16,0	3,0

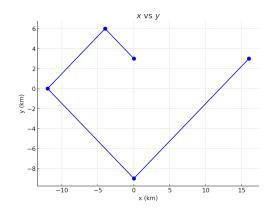
Durante o intervalo de tempo em que o helicóptero é monitorado pelo radar:

- a) Faça um gráfico da trajetória do helicóptero.
- b) Determine a distância percorrida e o deslocamento do helicóptero.
- c) Determine a velocidade escalar média e a velocidade média do helicóptero.

Solução - Questão 7.

a) O gráfico pedido fica semelhante à:





b) A diferença entre distância percorrida e deslocamento é que o deslocamento só leva em conta os pontos inicial e final, enquanto a distância percorrida leva em conta todo o trajeto. Dessa forma, o deslocamento do helicóptero é a distância entre o ponto P(0,3) inicial e o Q(16,3) final, portanto o deslocamento ΔS é:

$$\Delta S = 16 \text{ km}$$

Para a distância percorrida vamos separar o percurso em 4 etapas retilíneas:

$$d = d_1 + d_2 + d_3 + d_4$$

Que são calculados usando a fórmula para a distância entre dois pontos:

$$d_{12} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$d_1 = \sqrt{(-4-0)^2 + (6-3)^2} = 5$$

$$d_2 = \sqrt{(-12+4)^2 + (6-0)^2} = 6\sqrt{2}$$

$$d_3 = \sqrt{(-12-0)^2 + (0+9)^2} = 15$$

$$d_4 = \sqrt{(16-0)^2 + (3+9)^2} = 20$$

Usando $\sqrt{2} \approx 1, 4 \implies 6\sqrt{2} \approx 8, 4$, obtemos:

$$d = 5 \text{ km} + 8,4 \text{ km} + 15 \text{ m} + 20 \text{ km}$$

Com isso:

$$d = 48, 4 \text{ km}$$





c) A diferença entre velocidade escalar média e velocidade média é que na velocidade escalar devemos fazer $\frac{d}{\Delta t}$, onde d é a distância percorrida, enquanto na velocidade média temos que fazer $\frac{\Delta D}{\Delta t}$, onde ΔS é o deslocamento. Portanto:

$$v_{esc} = \frac{48, 4}{25/60} \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$v_{esc} \approx 116, 16 \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Enquanto que para a velocidade média:

$$v_{med} = \frac{16}{25/60} \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$v_{med} \approx 38, 4 \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Questão 8. Um pixel é o menor elemento da tela de um dispositivo eletrônico digital ao qual se pode definir uma cor. Ele é formado por três subpíxeis que emitem luz, em diferentes intensidades, cada um em uma das cores primárias: vermelha, verde e azul. Como um pixel é muito pequeno, em distâncias típicas de observação, nossa visão o percebe como sendo um ponto de cor uniforme dada pela mistura das cores primárias na proporção das intensidades da luz emitida por seus subpíxeis.

O sistema RGB, acrônimo dado pelas iniciais em inglês das cores primárias vermelho (red), verde (green) e azul (blue) pode ser usado para identificar as possíveis cores emitidas por um pixel. Em geral, neste sistema a cor de um pixel é dada pela tripla ordenada (R; G; B), onde R, $G \in B$, indicam respectivamente as intensidades emitidas por seus subpíxeis vermelho, verde e azul.

Considere um dispositivo digital antigo onde cada sub-pixel pode emitir luz em 16 intensidades, onde a intensidade 0 indica que o sub-pixel não emite luz (está apagado) e a intensidade 15 indica que ele está emitindo em sua intensidade máxima. No modelo RGB, a cor (0;0;0) é preta e a cor (15;0;0) é a cor vermelha mais intensa.

- a) Qual tripla RGB se refere à cor amarela mais intensa?
- b) Quantos tons de cinza este dispositivo pode apresentar? Escreva os códigos RGB dos cinzas mais claro, intermediário, e mais escuro.
- c) Quantas cores, incluindo branco, preto e tons de cinza, o dispositivo pode apresentar?

Solução - Questão 8.

a) O sistema RGB se baseia na adição de comprimentos de luz. Quando combinamos o vermelho e o verde na mesma intensidade, nossos olhos percebem amarelo, isso acontece porque os cones receptores dos nossos olhos (vermelho e verde no caso) dão a percepção do amarelo ao serem estimulados. Assim, o código RGB do amarelo mais intenso é: (15, 15,





0)

- b) A cor cinza é um resultado da combinação de comprimentos de onda equilibrados entre si, não apresentando nenhuma cor de maneira dominante. No caso do RGB isso se traduz a uma mesma intensidade para todas as cores (x, x, x). Como cada pixel pode ter uma intensidade de 0 a 15, existem 16 tons de cinza. O RGB do cinza mais claro é: (15, 15, 15), o do intermediário é (aproximadamente) (7, 7, 7) e o cinza mais escuro é (0, 0, 0)
- c) Cada sub-pixel pode ter 16 intensidades, como cada pixel é formado por 3 sub-pixels, o total de combinações possíveis é:

$$n = 16 \times 16 \times 16$$

$$n = 4096$$