



Nota: Este documento não é oficial da OBA.



1. De um satélite artificial em torno da Terra, sabemos que a excentricidade da sua órbita vale $e = 0,8$ e que seu perigeu se dá a 9 raios terrestres de altitude.

Assinale a opção que traz a razão entre os módulos das velocidades desse satélite no perigeu e no apogeu, ou seja $\frac{V_p}{V_a}$

Dados: massa da Terra $M_{\oplus} = 6,0 \times 10^{24} \text{ kg}$; raio da Terra $R_{\oplus} = 6.378,0 \text{ km}$

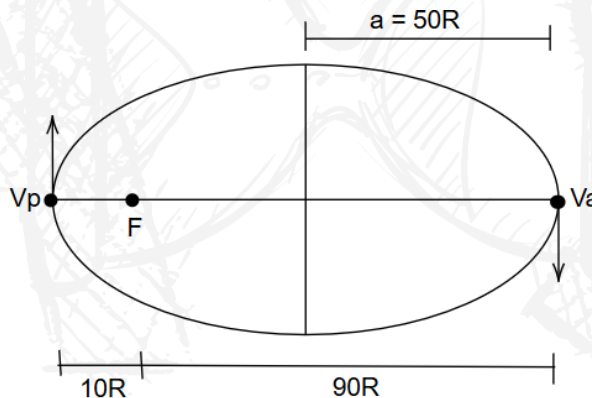
- (a) 1,8
- (b) 9,0
- (c) 0,8
- (d) 0,2
- (e) 6,0

Resolução:

Das relações advindas da conservação do momento angular, temos o seguinte fato:

$$L = mv_a r_a \text{sen} \theta = mv_p r_p \text{sen} \theta$$

$$\Rightarrow \frac{V_p}{V_a} = \frac{r_a}{r_p}$$



A questão já nos informa que $r_p = 9R + R = 10R$ e que a excentricidade vale $e = 0,8$, dessa forma, encontramos a e r_a da seguinte forma:

$$r_a = a(1 + e) \quad ; \quad r_p = a(1 - e)$$

$$\Rightarrow a = \frac{r_p}{1 - e} = \frac{10R}{0,2} = 50R$$

$$\Rightarrow r_a = 50R(1 + 0,8) = 90R$$

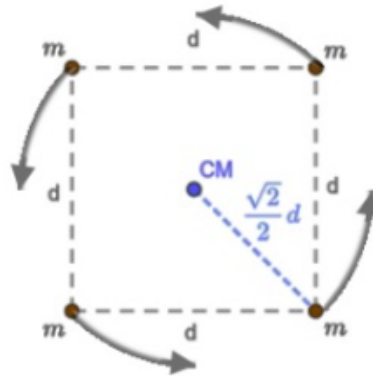
Finalmente:

$$\frac{V_p}{V_a} = \frac{r_a}{r_p} \Rightarrow \frac{V_p}{V_a} = \frac{90}{10} = 9$$

Logo, o item correto é o (b)



2. Considere um sistema em que quatro asteroides idênticos de massa m estão dispostos a formar um quadrado de lado d , onde cada asteroide ocupa um dos vértices.

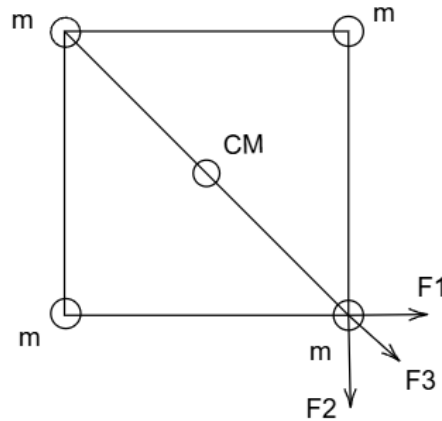


Considerando apenas o efeito gravitacional que cada um exerce sobre os outros e que a distância entre eles permaneça inalterada, qual seria a velocidade orbital de cada asteroide em relação ao centro de massa do sistema?

- (a) $v = \frac{m}{d} \sqrt{G \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right)}$
- (b) $v = \sqrt{\frac{Gm}{d} \left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)}$
- (c) $v = \sqrt{\frac{Gm}{d}}$
- (d) $v = \sqrt{\frac{Gm}{d} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)}$
- (e) $v = \sqrt{\frac{Gm}{d} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right)}$

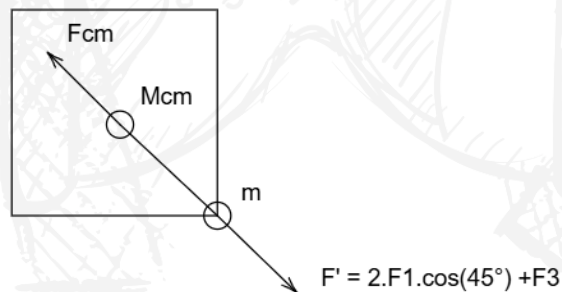
Resolução:

Podemos resolver este problema descobrindo a massa efetiva do centro de massa (M_{cm})



$$F_1 = F_2 = \frac{Gm^2}{d^2} \quad \text{e} \quad F_3 = \frac{Gm^2}{(d\sqrt{2})^2}$$

Para calcular M_{cm} , deve-se pensar no seguinte raciocínio (observe que o ângulo entre F_1 e F_3 , bem como entre F_2 e F_3 é de 45°):



$F_{cm} = F_1 \cos(45^\circ) + F_2 \cos(45^\circ) + F_3$, em que F_{cm} é a força que m exerce no centro de massa.

$$\Rightarrow F_{cm} = \frac{GmM_{cm}}{(d/\sqrt{2})^2} = \frac{Gm^2}{d^2} \cos(45^\circ) + \frac{Gm^2}{d^2} \cos(45^\circ) + \frac{Gm^2}{2d^2} \Rightarrow \frac{Gm^2}{d^2} \left(\frac{1+2\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{2G \cdot M_{cm} \cdot m}{d^2}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{2} \left(\frac{1+2\sqrt{2}}{2} \right) = M_{cm} \Rightarrow M_{cm} = \frac{m}{4} (1+2\sqrt{2})$$



E, agora, F_{cm} vai exercer o papel de resultante centrípeta. Logo:

$$F_{cm} = F_{cp} \Rightarrow \frac{Gm^2(1+2\sqrt{2})}{4 \cdot (d/\sqrt{2})^2} = \frac{mv^2}{(d/\sqrt{2})} \Rightarrow v^2 = \frac{Gm(1+2\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}}{4d}$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{Gm}{d} \left(\frac{4+\sqrt{2}}{4} \right) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{Gm}{d} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right)}$$

Resposta: alternativa (e)

3. Na física, um corpo negro é um objeto teórico que absorve toda a radiação que chega até ele. A temperatura desse corpo negro depende da quantidade de radiação absorvida, que por sua vez determina as frequências e as intensidades da radiação eletromagnética que ele emite.

Um buraco negro isolado é um corpo negro quase perfeito e, como tal, segue regras semelhantes de emissão e absorção. A temperatura de um buraco negro (em primeira aproximação) é a radiação que ele emite, chamada **Radiação Hawking**, e depende apenas da sua massa. A relação entre a temperatura T_{BN} e a massa M_{BN} de um buraco negro está definida na seguinte equação:

$$T_{BN} = \frac{hc^3}{16\pi^2 GM_{BN} k_B}$$

onde: h é a Constante de Planck, c é a velocidade da luz, G é a Constante Gravitacional Universal e k_B é a Constante de Boltzmann.

Na realidade, muitos dos buracos negros encontrados no Universo absorvem e interagem com outros objetos massivos. Portanto, sua temperatura real é diferente da temperatura esperada do corpo negro.

Vamos considerar um sistema binário não interativo, composto por uma estrela e um buraco negro. Por "não interativo" entende-se que não há troca de matéria entre a estrela e o buraco negro e, portanto, não há um disco de acreção em torno dele. A influência mútua é apenas gravitacional.

A estrela tem supostamente 2,5 vezes a massa do Sol e ela gira em torno do centro de massa do sistema com período orbital $P = 81$ dias e semieixo maior $a = 0,68$ UA.

Com essas informações, estime a operação que traz a temperatura teórica aproximada desse buraco negro.

Dados:

$$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}; c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}; G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2; k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K};$$

massa do Sol $M_{\odot} = 2,00 \times 10^{30} \text{ kg}$; 1 UA = $1,50 \times 10^{11} \text{ m}$.

- (a) $3,16 \times 10^{-8} \text{ K}$
- (b) $1,58 \times 10^{-8} \text{ K}$
- (c) $6,32 \times 10^{-8} \text{ K}$
- (d) $3,95 \times 10^{-8} \text{ K}$



(e) $1,38 \times 10^{-8}$ K

Resolução:

A temperatura teórica aproximada do buraco negro é dada pela equação:

$$T_{BN} = \frac{hc^3}{16\pi^2 GM_{BN} k_B}$$

Podemos achar a massa do buraco negro com a forma generalizada da terceira lei de Kepler:

$$\frac{a^3}{P^2} = M_{\text{estrela}} + M_{BN},$$

onde:

- $a = 0,68$ UA,
- $P = 81$ dias $= \frac{81}{365}$ anos $\approx 0,222$ anos,
- $M_{\text{estrela}} = 2,5 M_{\odot}$.

Substituímos na equação:

$$\frac{(0,68)^3}{(0,222)^2} = M_{\text{estrela}} + M_{BN}.$$

Portanto:

$$M_{\text{estrela}} + M_{BN} = 6,37.$$

Sabemos que $M_{\text{estrela}} = 2,5 M_{\odot}$, então:

$$M_{BN} = 6,37 - 2,5 = 3,87 M_{\odot} = 7,74 \times 10^{30} \text{ kg}$$

Substituímos os valores na fórmula de T_{BN} :

$$T_{BN} = \frac{hc^3}{16\pi^2 GM_{BN} k_B}$$

Substituindo:

$$T_{BN} = \frac{(6,63 \times 10^{-34})(3,00 \times 10^8)^3}{16\pi^2 (6,67 \times 10^{-11})(7,74 \times 10^{30})(1,38 \times 10^{-23})}$$

$$T_{BN} = \frac{1,79 \times 10^{-8}}{157,91 \times 7,13 \times 10^{-3}}$$

$$T_{BN} = \frac{1,79 \times 10^{-8}}{1,13} = 1,58 \times 10^{-8} \text{ K.}$$

$$T_{BN} \approx 1,58 \times 10^{-8} \text{ K.}$$

Logo, o item correto é o (b)

4. A Lei de Stefan-Boltzmann nos diz que o fluxo F (energia por unidade de área por unidade de



tempo) emitido por um corpo negro à temperatura T é proporcional à quarta potência de T :

$$F = \sigma T^4$$

onde σ é a constante de Stefan-Boltzmann.

Como uma estrela não é um corpo negro, isto é, suas camadas externas, de onde provém a radiação, não estão exatamente em equilíbrio térmico e, portanto, a temperatura não é a mesma para toda a estrela, definimos um parâmetro chamado temperatura efetiva T_{ef} , que é a temperatura de um corpo negro que emite a mesma quantidade de energia por unidade de área e por unidade de tempo que a estrela. Portanto, para uma estrela esférica de raio R , a luminosidade L (energia total por segundo) é obtida multiplicando-se o fluxo pela área da sua superfície: $4\pi R^2$.

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{ef}}^4$$

Suponha uma estrela 100 vezes mais luminosa do que o Sol ($L = 100L_{\odot}$) e cuja temperatura efetiva seja a metade da do Sol ($T = T_{\odot}/2$).

Assinale a opção que traz a razão entre o raio da estrela e o raio do Sol.

- (a) 400
- (b) 40
- (c) 50
- (d) 100
- (e) 80

Resolução:

Para achar a razão entre os raios, basta fazer a razão entre as luminosidades:

$$\frac{L}{L_{\odot}} = 100 = \frac{4\pi R^2 \sigma T^4}{4\pi R_{\odot}^2 \sigma T_{\odot}^4}$$

Desenvolvendo:

$$\left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^2 = 100 \times \frac{1}{(0,5)^4} = 1600$$

$$\Rightarrow \frac{R}{R_{\odot}} = (1600)^{\frac{1}{2}} = 40$$

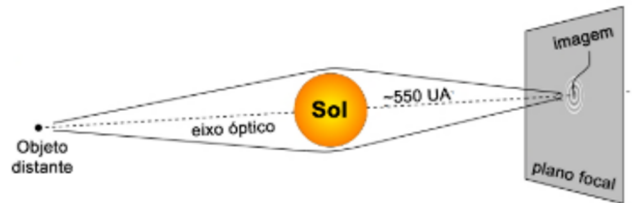
Logo, o item correto é o (b)

5. De acordo com a Teoria Geral da Relatividade, objetos massivos como o Sol curvam raios de luz. A lente gravitacional solar (cujo valor angular ϕ em radianos por unidade de arco) pode ser usada como um instrumento fornecido pela Natureza: permite que um telescópio extremamente poderoso consiga ampliar significativamente luz de objetos distantes. Contudo, essa lente é uma lente muito imperfeita, capaz de distorções estelares e astigmatismos. Além disso, devido à amplificação de luz do Sol, são requeridos objetos fora das órbitas da Terra para que o uso dessa técnica seja realmente



viável e eficaz. Esses efeitos seriam mais evidentes para raios de luz que passam próximos à borda do Sol, onde a “intensidade” prática para observações de alta resolução se dá nos extrassolares distantes.

A região focal do SGL começa além de 550 unidades astronômicas (UA) do Sol. Não é possível mais de três vezes a distância de nossa nave espacial mais distante até o momento, a Voyager I, que está atualmente a mais de 165 UA. Um esquema fora de escala pode ser visto na imagem a seguir. A luz



de um raio de luz de um objeto muito distante passa a uma distância R bem próxima a um grande massa M , este raio será desviado por um valor ϕ . Este desvio pode ser calculado através da seguinte equação:

$$\phi = \frac{4GM}{c^2 R}$$

onde G é a Constante Gravitacional Universal e c , a velocidade da luz.

Considere o planeta Júpiter e a lente gravitacional devido à sua massa e assinale a opção que traz a distância focal para o planeta em UA.

Dados:

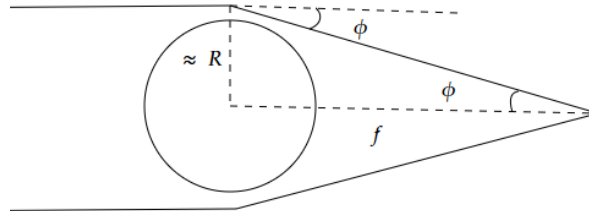
- Diâmetro de Júpiter: $D_J = 142,9 \times 10^6$ m;
- Massa de Júpiter: $M_J = 1,9 \times 10^{27}$ kg;
- Constante Gravitacional Universal: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ Nm²kg⁻²;
- Velocidade da luz: $c = 3,00 \times 10^8$ m/s;
- Unidade Astronômica: $1 \text{ UA} = 1,50 \times 10^{11}$ m.

- (a) 6.000 UA
- (b) 5.000 UA
- (c) 1.700 UA
- (d) 1.100 UA
- (e) 3.000 UA



Resolução:

Os raios de luz seguem como mostrado na imagem abaixo:



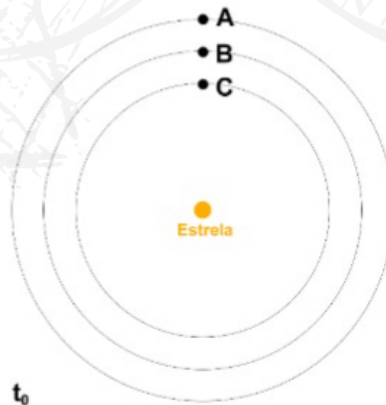
Como o raio de luz passa bem próximo a Júpiter, podemos aproximar essa distância para o próprio raio de Júpiter (R), com uma simples relação trigonométrica:

$$f = \frac{R}{\text{tg}(\phi)} = \frac{R}{\text{tg}\left(\frac{4GM}{c^2 R}\right)} = 6000UA$$

Só lembre de alterar a configuração da calculadora para radianos. Portanto:

Logo, o item correto é o (a)

6. Considere um sistema de três planetas A, B, C, orbitando uma estrela. Em um determinado dia (t_0), eles estão em conjunção (veja figura, fora de escala).



Cada planeta orbita a estrela no sentido horário, de modo que o planeta A dá uma volta completa em 5,0 anos, o planeta B, em 4,0 anos e o planeta C, em 3,0 anos.

Depois de quantos anos (completos), os planetas A e C estarão novamente em conjunção, mas o planeta B estará em oposição a eles?

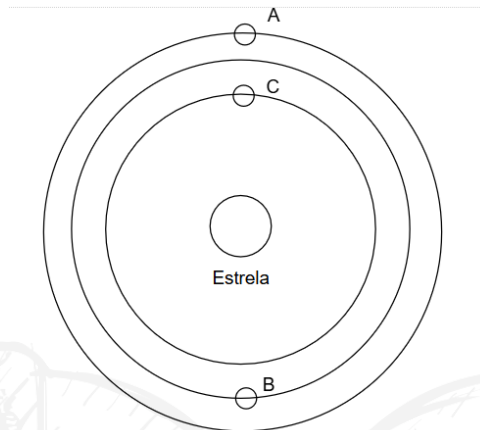
- (a) 20 anos
- (b) 60 anos



- (c) 15 anos
- (d) 30 anos
- (e) 25 anos

Resolução:

A configuração proposta é a seguinte:



Primeiro, deve-se analisar o período sinódico da conjunção entre os planetas A e B:

$$\frac{1}{T_s} = \frac{1}{P_c} - \frac{1}{P_a}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T_s} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \Rightarrow T_s = 7,5 \text{ anos}$$

Logo, basta analisar o tempo que o Planeta B demora para ficar em oposição ao sistema inicial, que é de 2 anos. Ou seja, 6 anos, 10 anos, e assim por diante, após a configuração inicial. Para achar o tempo que demora para a configuração pedida na questão, basta tirar o mínimo múltiplo comum entre 2 e 15, que é 30. Logo, o tempo pedido será de 30 anos após a configuração inicial.

Caso seja da preferência do discente contar de configuração em configuração, basta fazer:

Tempo, após a configuração inicial, para o planeta B ficar em oposição em relação ao tempo t_0 : 2 anos, 6 anos, 10 anos, 14 anos, 18 anos, 22 anos, 26 anos, 30 anos ...

Tempo, após a configuração inicial, para os planetas A e C ficarem em conjunção em relação ao tempo t_0 : 7,5 anos, 15 anos, 22,5 anos, 30 anos ...

Resposta: alternativa d)

7. Podemos definir a esfera de influência gravitacional como uma região em torno de um buraco negro supermassivo na qual o movimento das estrelas se deve ao buraco negro. O raio desta esfera é denominado **raio de influência gravitacional** r_i e pode ser calculado através da seguinte fórmula:



$$r_i = \frac{GM_{BN}}{\sigma^2},$$

onde G é a Constante de Gravitação Universal, M_{BN} é a massa do buraco negro e σ é uma grandeza que tem a ver com a média das velocidades das estrelas em torno do buraco negro. Para *Sagittarius A** este raio vale aproximadamente $r_i = 10$ anos-luz.

NGC 3258 é uma galáxia elíptica gigante localizada na direção da constelação da Máquina Pneumática (*Antlia*). Os astrônomos estimam que este corpo celeste possui um buraco negro supermassivo de cerca de 520 vezes a massa de *Sagittarius A** e que seu σ tem 3,3 vezes o valor do σ de *Sagittarius A**.

Sendo assim, assinale a opção que traz o valor aproximado do raio de influência gravitacional para o super buraco negro central da Galáxia NGC 3258.

- (a) 606,0 anos-luz
- (b) 477,5 anos-luz
- (c) 520,0 anos-luz
- (d) 33,0 anos-luz
- (e) 330,0 anos-luz

Resolução:

Pela fórmula do raio de influência dada, podemos isolar a constante gravitacional com o intuito de igualar as características do *Sagittarius A** com as características do super buraco negro central da Galáxia NGC 3258:

$$r_i = \frac{GM_{BN}}{\sigma^2}$$

$$\Rightarrow G = \frac{\sigma^2 r_i}{M_{BN}}$$

Agora, podemos obter o raio de influência do super buraco negro da seguinte forma:

$$\frac{r_{i2} \cdot \sigma_2^2}{M_{bn2}} = \frac{r_{i1} \cdot \sigma_1^2}{M_{bn1}}, \quad \text{em que, segundo o enunciado, } \sigma_2 = 3,3 \sigma_1 \text{ e } M_{bn2} = 520 M_{bn1}$$

(o índice 1 indica o *Sagittarius A** e o índice 2 indica o super burco negro)

Logo:

$$\frac{10 \cdot \sigma_1^2}{M_{bn1}} = \frac{r_{i2} \cdot (3,3)^2 \cdot \sigma_1^2}{520 M_{bn1}}$$

$$\Rightarrow r_{i2} = \frac{520 \cdot 10}{(3,3)^2} \approx 477,5 \text{ anos-luz.}$$

Resposta: alternativa b)



O eixo de rotação da Terra define dois pontos fixos no céu, em torno dos quais a Esfera Celeste parece girar: os Polos Celestes. Para o Hemisfério Norte da Terra, temos uma estrela bem próxima do Polo Celeste Norte (PCN), nossa “estrela polar”, conhecida por Polaris (*Alpha Ursae Minoris*). Na verdade, devido à lenta precessão do eixo de rotação da Terra, o PCN está se movendo lentamente para mais perto de Polaris. Sua aproximação máxima ocorrerá no início do ano de 2102, para depois começar a se afastar novamente.

Do mesmo modo, todos os planetas do Sistema Solar (SS) também têm seus Polos Celestes. Na Carta Celeste a seguir, temos marcado o PCN da Terra e de outros planetas do SS, numerados de 1 a 5.



Seguem algumas informações:

- Marte tem seu PCN localizado no céu escuro entre as constelações de Cefeu e Cisne;
- Os PCNs de Mercúrio e de Júpiter estão na constelação do Dragão;
- A declinação do PCN de Júpiter é maior do que a do PCN de Mercúrio;
- Saturno tem seu PCN localizado no céu escuro da constelação de Cefeu;
- O PCN de Netuno está entre as estrelas Gamma Cygni e Delta Cygni.

Assinale a opção que faz a correspondência correta entre o número e o respectivo PCN do planeta.

- 1 – Saturno; 2 – Mercúrio; 3 – Júpiter; 4 – Netuno; 5 – Marte.
- 1 – Marte; 2 – Júpiter; 3 – Mercúrio; 4 – Saturno; 5 – Netuno.
- 1 – Saturno; 2 – Júpiter; 3 – Mercúrio; 4 – Marte; 5 – Netuno.**
- 1 – Marte; 2 – Mercúrio; 3 – Júpiter; 4 – Saturno; 5 – Netuno.
- 1 – Saturno; 2 – Júpiter; 3 – Marte; 4 – Mercúrio; 5 – Netuno.



Resolução:

Podemos discutir melhor analisando o céu da região representada na imagem:



- I - Perceba que o único PCN entre as constelações de Cepheu e Cisne é o PCN 4, logo, representa o de Marte.
- II - Os pontos 2 e 3 estão na constelação de Dragão, então os PCN de Mercúrio e de Júpiter também.
- III - Quanto mais perto do PCN da Terra, próximo a Polaris, maior a declinação. Então 2 é o PCN de Júpiter e 3 de Mercúrio.
- IV - Como 1 está em Cepheu, 1 é Saturno
- V - Como 5 está entre Gamma e Delta Cygni (Cisne), 5 é Netuno.

Resposta: alternativa c)

9. No início de novembro de 1572, uma “estrela nova” brilhante apareceu na constelação de Cassiopeia e era visível mesmo durante o dia. Entre aqueles que ficaram impressionados com o fenômeno estava o astrônomo dinamarquês Tycho Brahe (1546–1601), que registrou a localização precisa da estrela em seu livro *Stella Nova*. Hoje sabemos que se tratou de uma explosão de supernova e ela ficou conhecida como a Supernova de Tycho (SN 1572).

Em 2008, cientistas do instituto Max Planck usaram telescópios no Havaí e na Espanha para captar os “ecos” da luz da explosão original, refletida por uma nuvem de poeira cósmica. Um esquema, fora de escala, pode ser visto na figura a seguir.



Considere que a SN 1572 está a 7.500 anos-luz de nós e a origem da luz refletida foi localizada a 2° (dois graus) de onde está o remanescente da supernova.

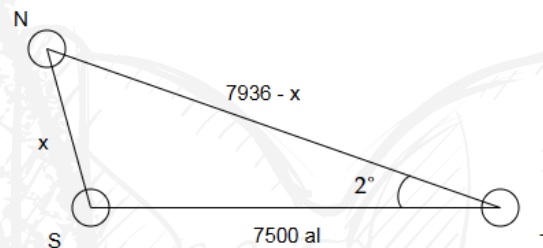


Baseado nessas informações e em seus conhecimentos, assinale a opção que traz a que distância aproximada se encontra a nuvem de poeira da SN 1572.

- (a) 261 anos-luz.
- (b) 424 anos-luz.
- (c) 342 anos-luz.
- (d) **298 anos-luz.**
- (e) 355 anos-luz.

Resolução:

Como dito no enunciado a distancia de SN 1572 a Terra é 7500 anos-luz, o ângulo entre SN 1572 e a nuvem de poeira é 2 graus e a soma da distância entre a supernova e a nuvem mais entre a nuvem e a Terra é $7500 + (2008 - 1572) = 7936$ anos-luz. Como mostra a figura a seguir:



Utilizando lei dos cossenos:

$$x^2 = 7500^2 + (7936 - x)^2 - 2 \cdot 7500(7936 - x)\cos(2^\circ)$$

Resolvendo a equação quadrática $x = 298$ anos-luz.

Resposta: alternativa d)

10. Um buraco negro é um objeto extremamente denso no espaço. Embora possam ser enigmáticos, a Ciência conseguiu decifrar muito sobre eles. Por exemplo, sabemos que os buracos negros são uma manifestação fundamental da gravidade.

Quando uma grande quantidade de massa é comprimida em um espaço pequeno o suficiente, o objeto resultante rompe o próprio tecido do espaço e do tempo, tornando-se o que é chamado de singularidade. Se considerarmos a velocidade da luz como limite da velocidade de escape de um buraco negro, chegamos ao que se conhece como Raio de Schwarzschild de uma região esférica em torno da singularidade.

Como temos uma região esférica em torno da singularidade, podemos dividir a massa do buraco negro por esse volume e definir uma densidade média para um buraco negro, apesar da densidade ser considerada infinita para a singularidade em si. Sendo assim, assinale a opção que traz a massa aproximada de um buraco negro, em unidades de massa solar, com a mesma densidade média da Terra.

Dados: massa do Sol $M_{\text{Sol}} = 2,00 \times 10^{30}$ kg, massa da Terra $M_{\text{Terra}} = 5,97 \times 10^{24}$ kg,



$$r_{Sch} = \frac{2GM_{bn}}{c^2}$$

Raio da Terra $R_{Terra} = 6,37 \times 10^6$ m, $G = 6,67 \times 10^{-11}$ m³kg⁻¹s⁻², $c = 3,00 \times 10^8$ ms⁻¹

- (a) $1,15 \times 10^7$
- (b) $5,75 \times 10^7$
- (c) $5,51 \times 10^3$
- (d) 3×10^8
- (e) $6,67 \times 10^5$





Resolução:

Segundo o enunciado, o buraco negro possui a mesma densidade da Terra. Logo, para esta questão, devemos obter a densidade da Terra de acordo com os dados da questão:

$$\rho_{\oplus} = \frac{M_{\oplus}}{V}$$

$$\Rightarrow \rho_{\oplus} = \frac{M_{\oplus}}{\frac{4}{3}\pi R_{\oplus}^3} \approx 5514 \text{ kg/m}^3$$

Agora, para o buraco negro, sua densidade será dada por:

$$\rho_{\text{Sch}} = \frac{M_{\text{bn}}}{V_{\text{bn}}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{Sch}} = \frac{M_{\text{bn}}}{\frac{4}{3}\pi r_{\text{Sch}}^3}$$

Substituindo o Raio Schwarzschild dado na questão, temos:

$$\Rightarrow \rho_{\text{Sch}} = \frac{M_{\text{bn}}}{\frac{4}{3}\pi \left(\frac{2GM_{\text{bn}}}{c^2}\right)^3}$$

Isolando a massa do buraco negro:

$$\Rightarrow M_{\text{bn}} = \sqrt{\frac{3c^6}{32\pi G^3 \rho_{\odot}}} \approx 1.15 \times 10^{38} \text{ kg}$$

Agora, basta dividir pela massa do Sol:

$$\Rightarrow \frac{M_{\text{bn}}}{M_{\odot}} \approx \frac{1.15 \times 10^{38}}{2 \times 10^{30}} \approx 5.75 \times 10^7$$

Resposta correta: alternativa (b)

11. Asteroides são objetos rochosos e metálicos que orbitam o Sol, mas são pequenos demais para serem considerados planetas. A dimensão dos asteroides pode variar desde centenas de quilômetros até a dimensão de pequenas pedras.

A Magnitude Absoluta H de um asteroide é definida, diferentemente da definição para as estrelas, como sua magnitude visual a uma distância de 1 unidade astronômica tanto do Sol como do observador, com um ângulo de fase igual a zero. Em outras palavras, é a magnitude visual do asteroide, situado a 1 unidade astronômica do Sol, sendo observado do próprio Sol. Apesar de ser um cenário impossível, é a maneira ideal para se ter uma medida de brilho que permita uma estimativa de seu tamanho.

Fazendo a assunção de um objeto esférico com uma superfície uniforme, o diâmetro D de um asteroide



pode ser estimado usando a seguinte equação:

$$D[\text{km}] = \frac{1329}{\sqrt{p}} 10^{-0,2H},$$

onde p é o albedo geométrico do asteroide. Sendo que, refletores de luz perfeitos têm $p = 1$ e absorvedores perfeitos têm $p = 0$. Normalmente o albedo de um asteroide não é conhecido e as estimativas são feitas considerando-se albedos geométricos entre 0,30 e 0,05.

Considere que um asteroide tenha magnitude absoluta $H = 10,5 \pm 0,5$. Assinale o item que traz o valor aproximado do diâmetro médio desse asteroide, incluindo sua incerteza.

- (a) 37 ± 15 km
- (b) 59 ± 15 km
- (c) **37 ± 22 km**
- (d) 30 ± 10 km
- (e) 59 ± 22 km

Resolução:

A equação para calcular o diâmetro D de um asteroide é:

$$D[\text{km}] = \frac{1329}{\sqrt{p}} 10^{-0,2H},$$

onde:

- $H = 10,5 \pm 0,5$ é a magnitude absoluta;
- p é o albedo geométrico, variando de 0,05 a 0,30.

Cálculo do diâmetro médio ($p = 0,15$):

Substituímos $p = 0,15$:

$$D = \frac{1329}{\sqrt{0,15}} 10^{-0,2 \cdot 10,5}.$$

Calculamos:

$$\sqrt{0,15} \approx 0,387, \quad 10^{-0,2 \cdot 10,5} = 10^{-2,1} \approx 0,00794.$$

Logo:

$$D = \frac{1329}{0,387} \cdot 0,00794 \approx 37,18 \text{ km}.$$

O diâmetro médio é aproximadamente:

$$D \approx 37 \text{ km}.$$



Agora, para calcular a incerteza, devemos pegar os valores extremos utilizando a fórmula dada:

$$D = \frac{1329}{\sqrt{p}} 10^{-0,2 \cdot (10,5 \pm 0,5)}$$

Substituindo:

$$D = \frac{1329}{\sqrt{0,05}} 10^{-0,2 \cdot 10}$$

$$\Rightarrow D \approx 59,43 \text{ km.}$$

$$D = \frac{1329}{\sqrt{p}} 10^{-0,2 \cdot (10,5 \pm 0,5)}$$

$$D = \frac{1329}{\sqrt{p}} 10^{-0,2 \cdot (10,5 \pm 0,5)}$$

$$\Rightarrow D = \frac{1329}{\sqrt{0,30}} 10^{-0,2 \cdot 11}$$

$$\Rightarrow D \approx 15,30 \text{ km}$$

Finalmente, a incerteza:

$$\frac{59,43 - 15,30}{2}$$

$$\Rightarrow \delta \approx 22,0 \text{ km}$$

Logo:

$$37 \pm 22 \text{ km}$$

A alternativa correta é: c)



12. Considere uma luneta com uma objetiva de diâmetro $\sigma = 15,0$ cm e distância focal $f = 1,0$ m. No plano focal da luneta está um sensor imageador CMOS, com uma matriz de pixels quadrados de 3586×2180 , com $2,9 \mu\text{m}$ de lado.

O astrofotógrafo, dono desse equipamento, quer fazer fotos da famosa cratera de impacto Tycho, que tem seu nome homenageando Tycho Brahe (1546-1601), o astrônomo dinamarquês cujas medições dos movimentos de Marte permitiram que Johannes Kepler (1571-1630) mostrasse que as órbitas dos planetas são elípticas, não circulares.



Sendo assim, assinale a opção que traz a área aproximada, em pixels^2 , que a imagem da cratera Tycho ocupa no sensor do telescópio. Considere-a circular, sem qualquer efeito de perspectiva.
Dados: Diâmetro da cratera Tycho $D_{\text{Tycho}} = 86,0$ km; Distância média Terra-Lua $d_{T-L} = 384.400,0$ km.

- (a) 19.006
- (b) 4.520
- (c) 2.180
- (d) 38.013
- (e) 3.586



Resolução:

A área ocupada pela imagem da cratera Tycho no sensor pode ser calculada utilizando os seguintes passos:

1. Determinar o tamanho angular da cratera Tycho: Sabemos que o tamanho angular θ de um objeto é dado por:

$$\theta = \frac{D_{\text{objeto}}}{d},$$

onde:

- $D_{\text{Tycho}} = 86,0 \text{ km}$ é o diâmetro da cratera;
- $d_{T-L} = 384.400,0 \text{ km}$ é a distância média Terra-Lua.

Substituindo:

$$\theta = \frac{86,0}{384.400,0} \approx 0,0002238 \text{ rad.}$$

Convertendo para segundos de arco:

$$\theta [\text{arcsec}] = \theta \cdot \frac{180 \cdot 3600}{\pi} \approx 46,12 \text{ arcsec.}$$

2. Determinar o tamanho da imagem no plano focal da luneta: O tamanho da imagem s formada no plano focal da luneta é dado por:

$$s = f \cdot \theta,$$

onde $f = 1,0 \text{ m} = 1.000,0 \text{ mm}$ é a distância focal da luneta.

Substituindo:

$$s = 1.000,0 \cdot 0,0002238 \approx 0,2238 \text{ mm.}$$

3. Determinar o tamanho da imagem em pixels: Cada pixel do sensor tem lado $l = 2,9 \mu\text{m} = 0,0029 \text{ mm}$. Assim, o tamanho da imagem em pixels (n) é dado por:

$$n = \frac{s}{l}.$$

Substituindo:

$$n = \frac{0,2238}{0,0029} \approx 77,17 \text{ pixels.}$$

A cratera é circular, então a área em pixels é:

$$A = \pi \cdot \left(\frac{n}{2}\right)^2.$$

Substituindo:

$$A = \pi \cdot \left(\frac{77,17}{2}\right)^2 \approx \pi \cdot 38,58^2 \approx 4.520,0 \text{ pixels}^2.$$

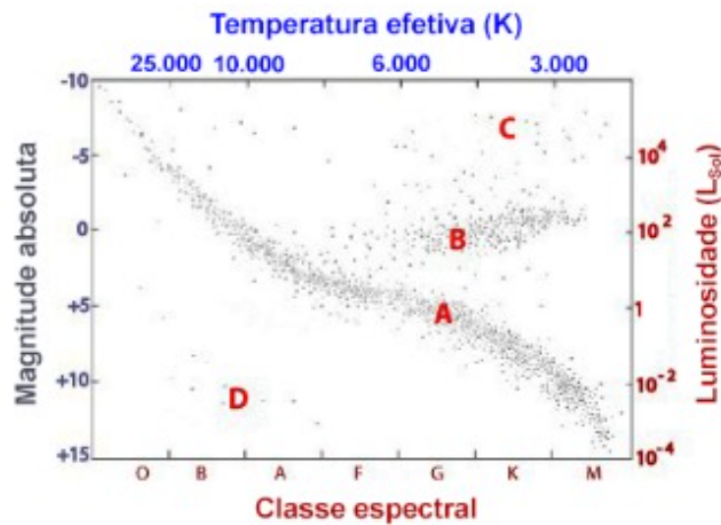
Resposta final:

$$\boxed{(b) 4.520}.$$



13. O Diagrama de Hertzsprung-Russell, conhecido como diagrama HR, foi publicado independentemente pelo dinamarquês Ejnar Hertzsprung (1873-1967), em 1911, e pelo americano Henry Norris Russell (1877-1957), em 1913, como uma relação existente entre a luminosidade de uma estrela e sua temperatura efetiva (ou superficial).

A imagem abaixo traz um diagrama HR com quatro estrelas: A, B, C e D. Em seguida temos várias afirmações. Cada afirmação pode ser FALSA, VERDADEIRA ou INCONCLUSIVA.



Assinale a opção que traz a afirmação inconclusiva.

- (a) A estrela C é mais fria que as outras estrelas.
- (b) A estrela A é semelhante ao Sol.
- (c) **A estrela B é mais massiva que o Sol.**
- (d) A estrela D é uma estrela da Sequência Principal.
- (e) O raio da estrela B é maior que o da estrela C.



Resolução:

Vamos analisar item a item para tirar a conclusão de qual será o possível item inconclusivo:

Item A) (verdadeiro): Analisando o gráfico, é fácil perceber que a Estrela C está mais à direita do gráfico que todas as outras estrelas, permitindo, assim, ao analisar a Temperatura efetiva no gráfico, que decresce da esquerda para a direita, concluir que estrela C é a mais fria dentre todas as outras estrelas apresentadas.

Item B) (verdadeiro): O Sol é uma estrela da Sequência Principal (fato que adquirimos ao estudar o diagrama HR). Ao analisar o gráfico, identificamos que a estrela A pertence também à classe espectral da Sequência Principal, permitindo concluir que este item é verdadeiro.

Item C) (inconclusivo): Este item não podemos afirmar precisamente: uma vez que temos a luminosidade da estrela pelo gráfico, podemos, através da equação $L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4$, determinar seu raio e, conseqüentemente, seu volume (considerando uma esfera, temos que $V = \frac{4}{3}\pi r^3$). Porém, sem sua densidade, não podemos determinar a sua massa precisamente.

Item D) (falso): Através dos estudos sobre o diagrama HR, podemos concluir que a estrela D pertence ao grupo das estrelas anãs brancas.

Item E) (falso): Podemos estimar o raio da estrela através da equação $L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4$:

Para estrela B:

$$R_B = \sqrt{\frac{L_B}{4\pi\sigma T_{ef,B}^4}}$$

$$\Rightarrow R_B = \sqrt{\frac{10^2 \times 3.828 \times 10^{26}}{4\pi \times 5.670 \times 10^{-8} \times (5000)^4}}$$

$$R_B \approx 9.27 \times 10^9 \text{ m}$$

Para estrela C:

$$R_C = \sqrt{\frac{10^4 \times 3.828 \times 10^{26}}{4\pi \times 5.670 \times 10^{-8} \times (4000)^4}}$$

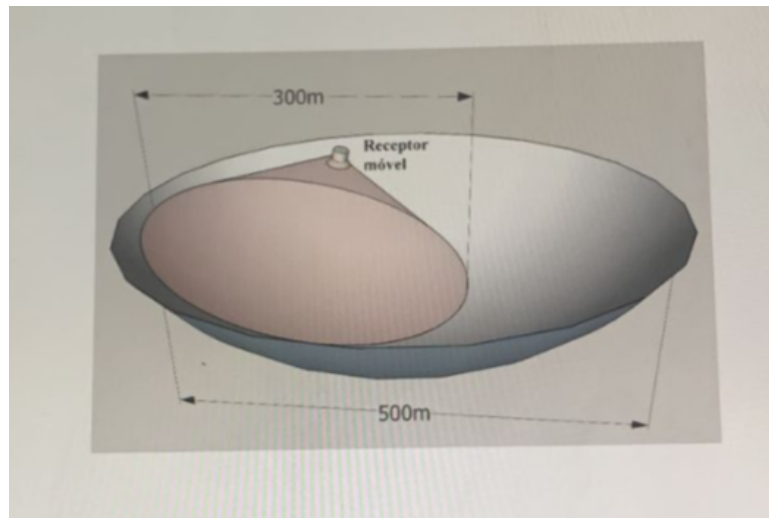
$$R_C \approx 1.45 \times 10^{11} \text{ m}$$

Logo, este item é falso

Resposta: alternativa c)

14. O *Five-hundred-meter Aperture Spherical Telescope* (FAST), apelidado de *Tianyan* ("Olho do Céu"), é um radiotelescópio localizado na depressão de Dawodang, uma bacia natural no Condado de Pingtang, Guizhou, sudoeste da China.

Embora o diâmetro do disco refletor seja de 500 m, seu receptor, que pode ser apontado para diferentes posições no céu, capta ondas de apenas um círculo de 300 m de diâmetro útil.



A frequência de trabalho do receptor varia de $f_1 = 70,0$ MHz a $f_2 = 3,0$ GHz.

Baseado nas informações e em seus conhecimentos, avalie os instrumentos a seguir (numerados de I a V) e assinale a opção que traz a(s) luneta(s) que têm(êm) a resolução angular teórica equivalente ou maior, na faixa do visível ($\lambda = 550$ nm), à máxima resolução angular teórica, na faixa do rádio do FAST. Desconsidere a turbulência atmosférica.



- (a) Todas.
(b) III, IV e V, apenas.



- (c) III e V, apenas.
- (d) II e IV, apenas
- (e) V, apenas

Resolução:

O *Five-hundred-meter Aperture Spherical Telescope* (FAST) tem um diâmetro útil de 300 m e opera nas frequências de $f_1 = 70,0$ MHz a $f_2 = 3,0$ GHz. A resolução angular teórica é dada por:

$$\theta = \frac{1,22\lambda}{D}$$

onde λ é o comprimento de onda e D é o diâmetro do telescópio. Para a faixa do rádio, consideramos os valores $\lambda_1 = \frac{c}{f_2}$ e $\lambda_2 = \frac{c}{f_1}$, onde c é a velocidade da luz. A resolução angular para o FAST é então:

$$\theta_{\text{FAST}} = \frac{1,22 \cdot \lambda_{\text{mín}}}{300} \approx 84,0 \text{ arcsec}$$

Agora, calculamos a resolução angular teórica para cada instrumento com $\lambda = 550$ nm (comprimento de onda no visível):

Instrumento I: $\theta_1 = \frac{1,22 \cdot 550 \text{ nm}}{17,5 \text{ cm}} \approx 10,3 \text{ arcsec}$

Instrumento II: $\theta_2 = \frac{1,22 \cdot 550 \text{ nm}}{8 \text{ cm}} \approx 6,91 \text{ arcsec}$

Instrumento III: $\theta_3 = \frac{1,22 \cdot 550 \text{ nm}}{30 \text{ mm}} \approx 5,53 \text{ arcsec}$

Instrumento IV: $\theta_4 = \frac{1,22 \cdot 550 \text{ nm}}{30 \text{ mm}} \approx 4,62 \text{ arcsec}$

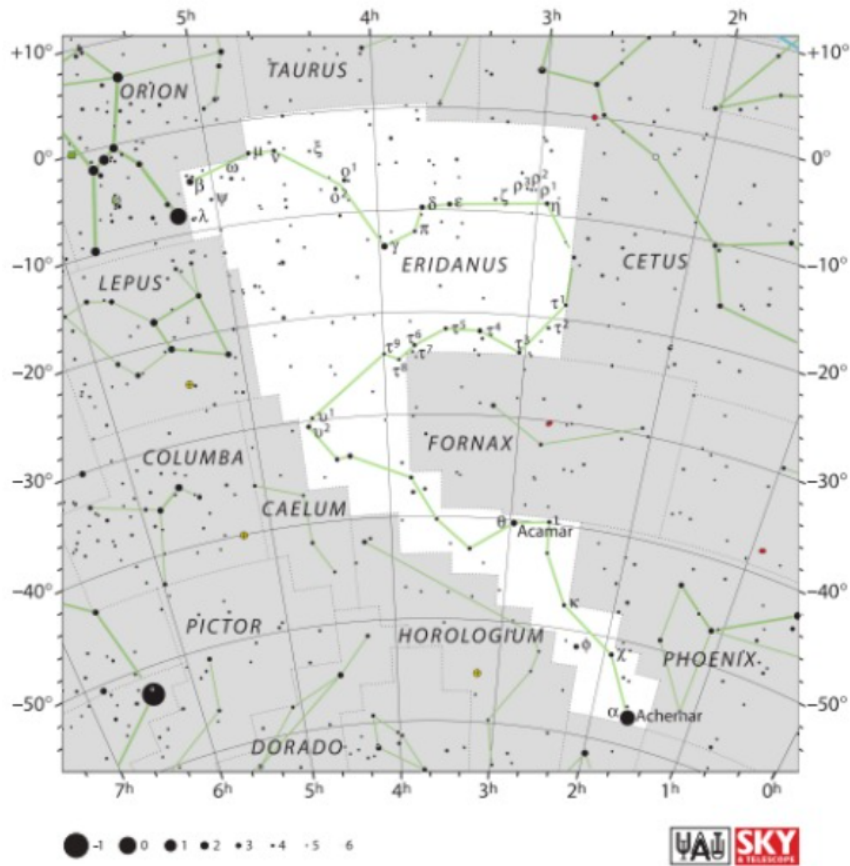
Instrumento V: $\theta_5 = \frac{1,22 \cdot 550 \text{ nm}}{50 \text{ mm}} \approx 2,76 \text{ arcsec}$

Todos os instrumentos têm $\theta < 84 \text{ arcsec}$, ou seja, possuem uma resolução angular teórica equivalente ou melhor que a do FAST.

Portanto, a alternativa correta é:

(a) Todas.

15. A estrela Alpha Eridani, conhecida como Achernar, é a nona estrela mais brilhante do céu, no extremo sul da longa constelação Eridano.



Achernar tem magnitude aparente $m = +0,45$ e sua paralaxe estelar vale $p = (23,39 \pm 0,57)$ mas (milissegundos de arco). Assinale a opção que traz a incerteza associada à magnitude absoluta M de Achernar.

- (a) $\pm 0,57$
- (b) $\pm 0,23$
- (c) $\pm 0,39$
- (d) $\pm 0,45$
- (e) $\pm 0,11$



Resolução:

A magnitude absoluta M de uma estrela está relacionada com a magnitude aparente m , a paralaxe estelar p e a distância d por meio das seguintes relações:

$$M = m - 5 \log_{10} d + 5$$

$$d = \frac{1}{p}$$

Primeiro, convertamos a paralaxe em segundos de arco:

$$p = 23,39 \text{ mas} = 23,39 \times 10^{-3} \text{ arcsec.}$$

Agora, calculamos a distância d :

$$d = \frac{1}{p} = \frac{1}{23,39 \times 10^{-3}} = 42,76 \text{ pc.}$$

Para calcular a incerteza de d , utilizamos a fórmula da propagação de incertezas:

$$\Delta d = \frac{\Delta p}{p^2},$$

onde $\Delta p = 0,57 \text{ mas} = 0,57 \times 10^{-3} \text{ arcsec}$. Assim:

$$\Delta d = \frac{0,57 \times 10^{-3}}{(23,39 \times 10^{-3})^2} \approx 1,04 \text{ pc.}$$

Com isso, temos $d = 42,76 \pm 1,04 \text{ pc}$.

Agora, substituímos na fórmula da magnitude absoluta M :

$$M = m - 5 \log_{10} d + 5.$$

Derivamos M em relação a d para obter a incerteza de M :

$$\frac{\partial M}{\partial d} = -\frac{5}{\ln(10) \cdot d} = \frac{5}{\ln(10) \cdot 42,76} \approx -0,054.$$

A incerteza de M é:

$$\Delta M = \left| \frac{\partial M}{\partial d} \right| \Delta d = 0,054 \cdot 1,04 \approx 0,055.$$

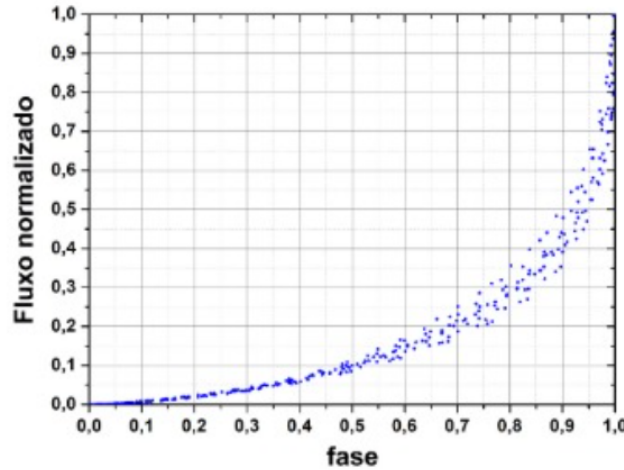
Portanto, a incerteza associada à magnitude absoluta de Achernar deveria ser de:

$$\boxed{\pm 0,055 \approx 0,11}$$

16. Pela definição, o fluxo F de um corpo celeste é energia por unidade de área e por unidade de tempo que chega ao detector. No gráfico a seguir temos o fluxo F da Lua, medido na Terra ao longo de 1 ano, em função da sua fase. No eixo das ordenadas, o fluxo foi normalizado de forma que a sua intensidade máxima vale 1,0 (um) e no eixo das abscissas, fase igual a 1,0 significa Lua Cheia. A dispersão dos pontos próximos à Lua Cheia se deve ao fato da medida do fluxo ser mais "sensível" à



variação da distância do nosso satélite quando sua superfície está muito iluminada.



Baseado nesse gráfico e em seus conhecimentos assinale a opção que traz a magnitude aparente da Lua em Quarto Crescente. Considere que a magnitude aparente da Lua Cheia vale $m = -12,6$.

- (a) -11,1
- (b) -11,8
- (c) -10,1
- (d) -11,3
- (e) -10,3

Resolução:

No quarto crescente a fase é 0,5. Então pelo gráfico o Fluxo é $F = 0,1 \cdot F_0$, utilizando equação de Pogson

$$m - m_0 = -2,5 \log \left(\frac{F}{F_0} \right)$$

$$m = -12,6 - 2,5 \log(0,1) = -12,6 + 2,5 = -10,1$$

Resposta: alternativa c)

17. Quando a NASA enviou humanos à Lua em 1969, um dos muitos perigos que a agência teve que prever foi a penetração de rochas espaciais nos trajes ou equipamentos dos astronautas. Ao contrário da Terra, que tem uma atmosfera protetora na qual meteoroides geralmente se desintegram, a Lua é vulnerável a quaisquer rochas, ou mesmo partículas, que estejam voando pelo espaço. Felizmente, os astronautas não estavam em muito perigo. De acordo com os especialistas da NASA, as chances de um astronauta ser atingido por um objeto do tamanho de um milímetro é de 1 em 1 milhão por hora por pessoa. Um milímetro é quanto um meteoróide precisa ter de tamanho para penetrar no traje espacial de um astronauta.



A NASA e outras agências estão se preparando para enviar humanos de volta à Lua nos próximos anos e, algum dia, estabelecer uma base orbitando a Lua ou em sua superfície. Então é muito importante entender a frequência com que uma determinada área do nosso satélite natural sofre um impacto. Considere que, atualmente, cerca de 100 meteoroides do tamanho de bolas de pingue-pongue estão atingindo a Lua por dia. Apesar do seu pequeno tamanho, cada uma dessas rochas impacta a superfície com velocidades de algumas dezenas de km/s, podendo causar grandes estragos. Considere, também, que esses 100 meteoroides diários caem por toda a superfície da Lua, com igual probabilidade, sem uma região preferencial de queda. Sendo assim, assinale a opção que traz de quanto em quanto anos, aproximadamente, um meteoróide desses atingirá uma base lunar de 1 km^2 de área.

Dados: Diâmetro equatorial da Lua $\phi = 3.474,8 \text{ km}$

- (a) 1 a cada 1.000.000 anos
- (b) 1 a cada 100 anos
- (c) 1 a cada 100.000 anos
- (d) **1 a cada 1000 anos**
- (e) 1 a cada 10.000 anos

Resolução:

Como os meteoroides atingem toda a superfície lunar de forma igualitária, a frequência de meteoroides em 1 km^2 pode ser encontrada por meio de uma regra de três:

$$S_l = 4\pi R_l^2 = 38,34 \times 10^6 \text{ m}^2$$

Sendo S_l e R_l a área superficial da lua e o seu Raio, respectivamente, temos a informação de que 100 meteoroides caem todos os dias em uma área equivalente a de toda superfície lunar, então a frequência em apenas 1 km^2 será de:

$$\frac{38,34 \times 10^6 \text{ km}^2}{1 \text{ km}^2} = \frac{100}{x}$$

$$\Rightarrow x = 2,6 \times 10^{-6}$$

Note que x representa "quantos meteoroides caem por dia em uma área de 1 km^2 ", dessa forma, $\frac{1}{x}$ nos mostra quantos dias demoram para que 1 meteoróide caia nessa área:

$$\frac{1}{x} = 383702$$

$$\Rightarrow \frac{383702}{365} = 1051$$

Onde 1051 representa quantos anos demoram para que 1 meteoróide caia sobre a superfície de 1 km^2 .

Resposta: alternativa d)

18. O Comprimento de Jeans depende da velocidade do som no gás v_s , da Constante Gravitacional G e da densidade da nuvem ρ .



A dependência entre os elementos pode ser expressa através da fórmula:

$$\lambda_J \propto v_s^\alpha G^\beta \rho^\gamma$$

(lê-se, “ λ_J é proporcional a...”)

Assinale a opção que traz os valores dos expoentes α , β e γ para que λ_J tenha a unidade (ou dimensão) correta.

Dados: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$.

- (a) $\alpha = 1; \beta = 1 \text{ e } \gamma = 1$
- (b) $\alpha = 1; \beta = -\frac{1}{2} \text{ e } \gamma = -\frac{1}{2}$
- (c) $\alpha = -1; \beta = \frac{1}{2} \text{ e } \gamma = \frac{1}{2}$
- (d) $\alpha = \frac{1}{2}; \beta = -1 \text{ e } \gamma = -\frac{1}{2}$
- (e) $\alpha = \frac{1}{2}; \beta = -\frac{1}{2} \text{ e } \gamma = -1$

Resolução:

Utilizando análise dimensional, $[\lambda_J] = [L]$, $[v_s] = [L][T]^{-1}$, $[G] = [L]^3[T]^{-2}[M]^{-1}$ e $[\rho] = [M][L]^{-3}$, onde $[L]$ representa comprimento, $[T]$ representa tempo e $[M]$ representa massa. Montando o sistema de equação.

$$[M] : 0 = \beta - \gamma$$

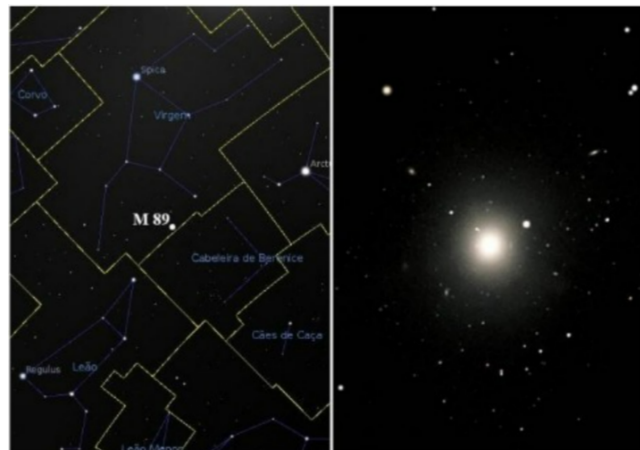
$$[T] : 0 = -\alpha - 2\beta$$

$$[L] : 1 = \alpha + 3\beta - 3\gamma$$

Resolvendo o sistema, $\alpha = 1$, $\beta = -1/2$ e $\gamma = -1/2$

Resposta: alternativa b)

19. M89 é uma das oito galáxias do aglomerado de Virgem que o astrônomo francês Charles Messier (1730–1817) descobriu em 1781. Esta galáxia é elíptica do tipo E0, ou seja, M89 é praticamente esférica. Está localizada a cerca de 50 milhões de anos-luz de distância na constelação de Virgem.





Seu diâmetro aparente de $4'$ (minutos de arco) corresponde a um diâmetro real de $D = 70.000,0$ anos-luz. M89 contém aproximadamente $N = 100$ bilhões de estrelas e sua magnitude aparente vale $m = 9,8$.

Em primeira aproximação, vamos considerar que todas as estrelas de M89 são semelhantes entre si e que têm a mesma magnitude absoluta.

Deste modo, assinale a opção que traz a magnitude aparente de cada uma destas estrelas.

- (a) 37,3
- (b) 27,5
- (c) 15,1
- (d) 9,8
- (e) 17,7

Resolução:

Para achar a magnitude aparente de cada estrela de forma individual, vamos usar da seguinte relação:

$$m_{tot} = -2,5 \log \left(\sum_{i=1}^n 10^{-0,4m_i} \right)$$

onde m_{tot} é a magnitude do sistema inteiro não resolvido e m_i é a magnitude unitária de cada componente do sistema.

Desenvolvendo:

$$9,8 = -2,5 \log \left(\sum_{i=1}^n 10^{-0,4m_i} \right) = -2,5 \log (10^{-0,4m_i} \times 10^{11})$$

$$\Rightarrow \frac{9,8}{-2,5} = 11 - 0,4m_i$$

$$\Rightarrow m_i = - \left(\frac{9,8}{-2,5} - 11 \right)$$

Finalmente:

$$m_i = 37,3$$

Portanto, o gabarito é a letra (a).

20. O Sol é o astro mais brilhante em nosso céu, sua magnitude aparente, a 1 UA de distância, vale aproximadamente $m_{\odot} = -26,8$. A Lua é o segundo astro mais brilhante. Sua magnitude aparente quando seu disco se encontra completamente iluminado, a cerca de 384.000 km de distância, vale aproximadamente $m_{\text{Lua}} = -12,6$.

Sabemos que o brilho de um astro varia com o quadrado da distância. Então, podemos imaginar que, à medida que nos aproximamos da Lua Cheia, seu brilho irá aumentar até que, em uma determinada distância desse astro, seu brilho seja igual ao brilho do Sol, visto da Terra.

Sendo assim, assinale a opção que traz, aproximadamente, essa distância.

Dados, se necessário: diâmetro do Sol $D_{\odot} = 1,4 \times 10^6$ km; diâmetro da Lua $D_{\text{Lua}} = 3474,8$ km.



- (a) 568,9 km.
- (b) **555,1 km.**
- (c) 691,8 km.
- (d) 586,1 km.
- (e) 570,6 km.

Resolução:

Para que a Lua cheia possua o mesmo brilho aparente que o sol, eles terão a mesma magnitude aparente, logo, podemos relacionar os fluxos da lua cheia na terra nesses dois momentos pela equação de Pogson:

$$m' - m = -2,5 \log \left(\frac{F'}{F} \right)$$

abrindo os fluxos:

$$\Rightarrow -26,8 - (-12,6) = -2,5 \log \left(\frac{L \times 4\pi d^2}{L \times 4\pi d'^2} \right)$$

Sendo $d = 384.000\text{km}$ a distância original Terra-Lua, d' a nova distância para a situação proposta e L a "Luminosidade" da lua cheia (A porção de luz que a lua reflete do sol)

$$\Rightarrow \frac{-14,2}{-2,5} = \log \left(\frac{d^2}{d'^2} \right)$$

Retirando a potência de 2 de dentro do log:

$$\Rightarrow 5,68 = 2 \log \left(\frac{d}{d'} \right)$$

$$\Rightarrow 10^{\frac{5,68}{2}} = \frac{d}{d'}$$

finalmente:

$$d' = \frac{d}{10^{2,84}} = \frac{384.000\text{km}}{691,83}$$

$$d = 555,1\text{km}$$

Logo, o item correto é o (b)