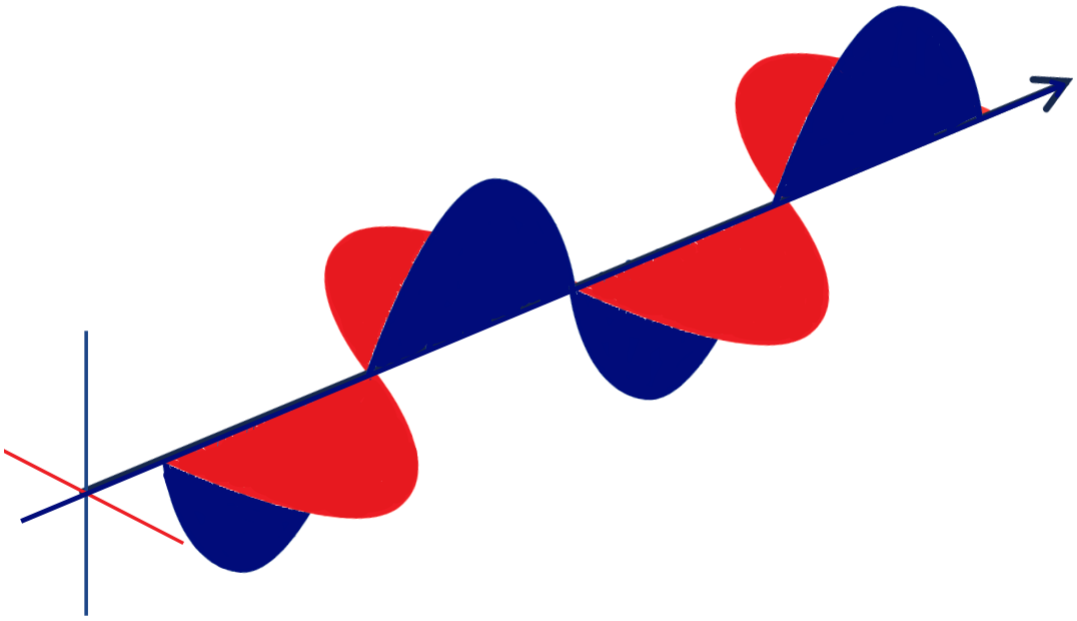
# Prova da Primeira Fase CNF



**A prova tem duração recomendada de 3h.**

# Tabela de constantes

| **Constante** | **Valor** |
|---|---|
| Velocidade da Luz ($c$) | $299.792.458\,\mathrm{m/s}$ |
| Constante de Planck ($h$) | $6,63 \times 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$ |
| Constante Gravitacional ($G$) | $6,67 \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$ |
| Carga do Elétron ($e$) | $1,60 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$ |
| Constante de Boltzmann ($k$) | $1,38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$ |
| Número de Avogadro ($N_A$) | $6,02 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$ |
| Raio da Terra($R_\oplus$) | $6,378 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$ |
| Massa da terra($M_\oplus$) | $5,97 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$ |
| Constante dielétrica no vácuo($\epsilon_0$) | $8{,}85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2N^{-1}m^{-1}}$ |
| Constante de Stefan-Boltzmann ($\sigma$) | $5,67 \times 10^{-8}\,\mathrm{W/m^2\,K^4}$ |

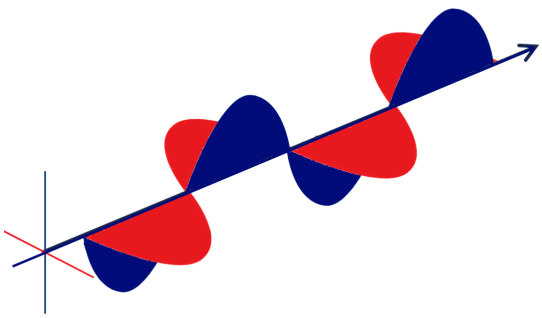
# Resultados úteis:

$$\int_{-r}^{r} e^{-\alpha z}(r^2 - z^2)dz = \frac{4}{\alpha^3}\left(\cosh(\alpha r)\alpha r - \sinh(\alpha r)\right)$$

$$\cosh(x) \approx 1 + \frac{1}{2}x^2 \quad \text{para } x << 1$$

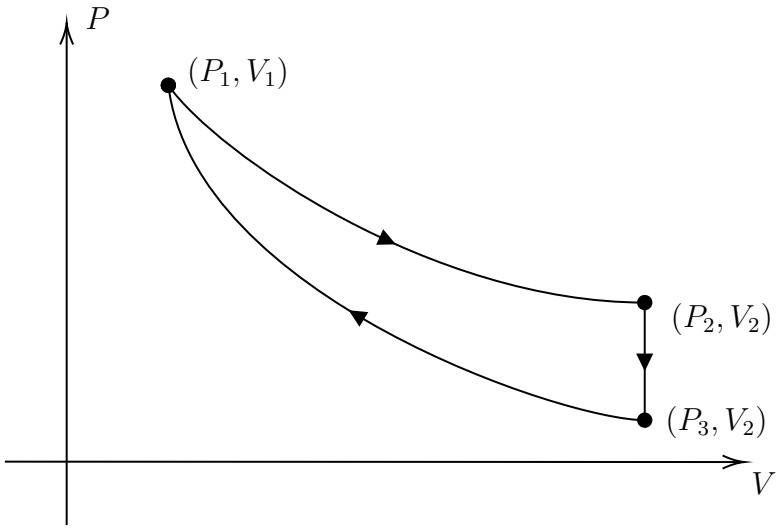
$$\sinh(x) \approx x + \frac{1}{6}x^3 \quad \text{para } x << 1$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + V(x)\psi = E\psi$$



# Boa Prova!

**Questão 1.** Um gás ideal efetua um ciclo, como ilustrado no diagrama PV abaixo. Esse ciclo é composto por uma isoterma $P_1V_1 \to P_2V_2$, uma isovolumétrica $P_2V_2 \to P_3V_2$ e uma adiabática $P_3V_2 \to P_1V_1$.



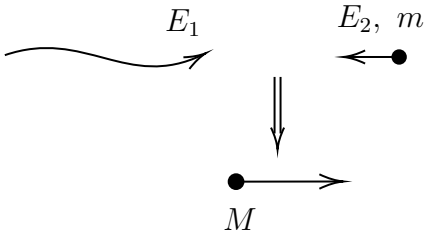

Conhecendo as razões $v = \frac{V_2}{V_1}$ e $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$, onde $C_p$ e $C_v$ são os calores específicos molares a pressão e volume constante, respectivamente, calcule o rendimento $\eta$ desse ciclo.

(a) $1 - \left(\frac{1-v^{1-\gamma}}{\gamma-1}\right)$ (b) $1 - \left(\frac{1-v^{1-\gamma}}{\ln v(\gamma-1)}\right)$ (c) $1 - \left(\frac{1-v^{1-\gamma}}{\ln v}\right)$ (d) $1 - \left(\frac{1-v^{-\gamma}}{\ln v(\gamma-1)}\right)$

**Questão 2.** Uchoa após tomar um banho em sua banheira começa a esvaziá-la e percebe que o nível da água diminui a uma taxa constante $\frac{dh}{dt} = -v_0$, escorrendo por um ralo de área $S_0$, que cai em uma tubulação à pressão atmosférica. Ele pensa um pouco e percebe que é possível calcular a área de seção transversal da banheira com base nas informações que tem. Qual é a área $S(h)$ em função da coordenada $h$ do nível da água?

(a) $S_0\sqrt{1 + \frac{2gh}{v_0^2}}$ (b) $S_0\left(1 + \frac{2gh}{v_0^2}\right)$ (c) $S_0\left(1 + \frac{gh}{v_0^2}\right)$ (d) $S_0\sqrt{1 + \frac{gh}{v_0^2}}$

**Questão 3.** Um fóton de energia $E_1$ e uma massa pontual $m$ de energia $E_2$ movem-se uma em direção a outra, até que haja uma colisão frontal gerando uma massa $M$, como mostra a figura.

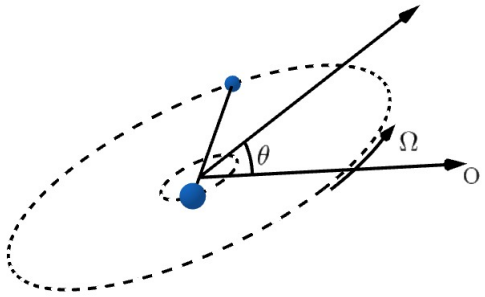


A energia total do sistema é $E$, qual deve ser a diferença $E_2 - E_1$ para que a massa $M$ seja máxima?

(a) $mc^2$ (b) $\frac{\left(mc^2\right)^2}{E}$ (c) $\frac{E^2}{mc^2}$ (d) $\frac{E}{2}$

**Questão 4.** Na astronomia, o espectro emitido por galáxias, estrelas, sistemas planetários é um objeto de estudo muito importante para compreender pontos da composição e organização da matéria no universo.

Pensando nisso, Mateus vê no céu um sistema composto por uma estrela de massa $M$ e um exoplaneta de massa $m << M$ que não emite luz própria e realiza uma órbita circular a uma distância $R$ sua estrela e com período $T$ em um plano que está inclinado de um ângulo $\theta$ com relação a linha que une o centro do sistema até a terra, como mostra a figura.




Acredite, Mateus não é um extraterrestre e por isso ele está na terra (ponto O), muito distante desse sistema planetário e mede a largura $\Delta\omega$ de uma banda do espectro de emissão da estrela com frequência angular $\omega$ com o objetivo de encontrar a massa do exoplaneta em função dos dados que foram citados e podem ser medidos. Ajude Mateus e assinale a alternativa que contém o valor de $m/M$:

(a) $\frac{\Delta\omega}{\omega}\frac{Tc}{4R\cos\theta}$ (b) $\frac{\Delta\omega}{\omega}\frac{Tc\cos\theta}{4\pi R}$ (c) $\frac{\Delta\omega}{\omega}\frac{Tc\cos\theta}{2\pi R}$ (d) $\frac{\Delta\omega}{\omega}\frac{Tc}{4\pi R\cos\theta}$

**Questão 5.** Durante um experimento, Gurjão investiga as propriedades de um determinado dispositivo desconhecido (DD) e constata que a diferença de potencial entre seus terminais é $U_A - U_B = U_1 + \frac{A}{I}$.

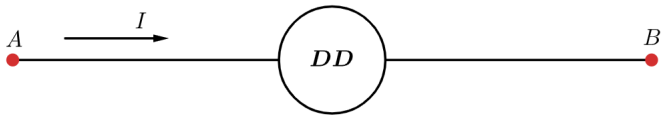
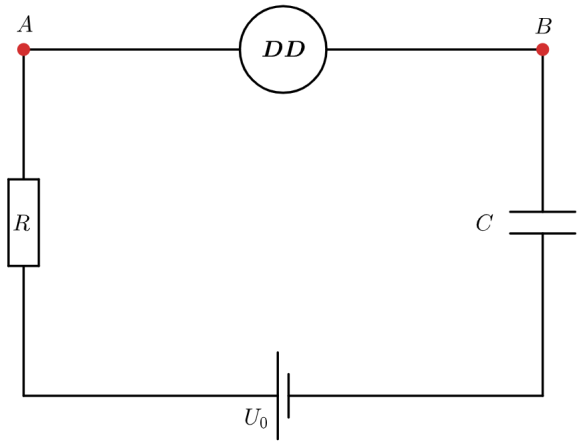



Figura 1: Dispostivo desconhecido

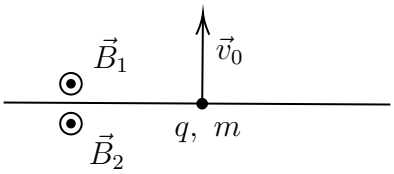
Conhecendo a lei que descreve a d.d.p nesse componente, ele monta o seguinte circuito, com um capacitor de $C = 10\,\text{mF}$, um resistor de $R = 10^3\,\Omega$ e uma bateria de $U_0 = 12\,\text{V}$. Os parâmetros do dispositivo são $U_1 = 2\,\text{V}$ e $A = 4\,\text{mV}\cdot\text{A}$.




Gurjão liga o circuito e depois de um período de tempo $\tau$ e quando a d.d.p no capacitor atinge 6 V ele corta um dos fios, desligando o circuito. Nesse meio tempo, a energia dissipada no resistor é aproximadamente 376 mJ. Com base nessas informações, qual é o tempo $\tau$ de funcionamento do circuito?

(a) 10 s (b) 11 s (c) 12 s (d) 13 s

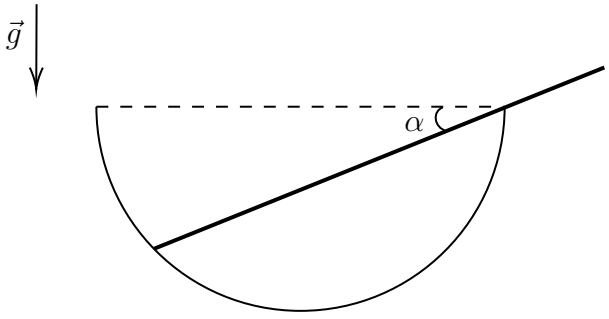
**Questão 6.** Uma partícula de massa $m$ e carga $q$ encontra-se inicialmente num plano que divide duas regiões de campo mágentico constante, uma delas possui campo magnético $B_1$ e a outra $B_2$, ambos entrando no plano do papel.




É dado um impulso à partícula, de maneira que ela adquire uma velocidade $v_0$ direcionada para a região de campo $B_1$. Qual é a velocidade média da partícula após um tempo muito grande? Considere que ela pode atrevessar a separação entre as regiões sem receber qualquer tipo de impulso e que $B_1 > B_2$.

(a) $v_0\left(\frac{B_1-B_2}{B_1+B_2}\right)$ (b) $\frac{v_0}{\pi}\left(\frac{B_1-B_2}{B_1+B_2}\right)$ (c) $\frac{2v_0}{\pi}\left(\frac{B_1-B_2}{B_1+B_2}\right)$ (d) $\frac{4v_0}{\pi}\left(\frac{B_1-B_2}{B_1+B_2}\right)$

**Questão 7.** Na figura abaixo, temos uma barra apoiada na metade de uma calota esférica em um local cuja aceleração da gravidade é $g$.



Encontre o ângulo $\alpha$ máximo para o qual pode haver equilíbrio estático com apenas uma das pontas da barra apoiado no hemisfério. *Dica: para um certo $\alpha$ escolhido, o comprimento da barra $L \geq 2R\cos\alpha$.*

(a) $\alpha = 45°$ (b) $\alpha = 30°$ (c) $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ (d) $\cos\alpha = \sqrt{\frac{2}{3}}$

**Questão 8.** Gurjão adora admirar sua beleza e caminha com uma velocidade $v$ paralelamente a um espelho plano de comprimento $l$ com a superfície perfeitamente refletora. Ele é levemente agoniado e não vê a hora de conseguir se visualizar no espelho e por isso, para acalmar um pouco a ansiedade, calculou a taxa com que o ângulo do seu campo visual na imagem do espelho aumenta quando ele se encontra a uma distância $d = l$ da borda mais próxima. A distância entre sua trajetória e o espelho é $D$, como mostra a figura.

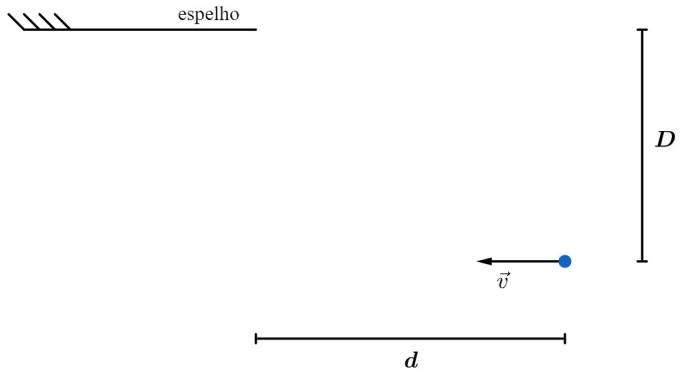



Figura 2: Gurjão andando em direção a espelho

Considere que ele acertou as contas, qual foi a resposta que obteve?

(a) $\frac{vl^2}{(D^2+l^2)(D^2+4l^2)}$ (b) $\frac{2vl^2}{(D^2+l^2)(D^2+2l^2)}$ (c) $\frac{3vl^2}{(D^2+l^2)(D^2+4l^2)}$ (d) $\frac{vl^2}{(D^2+l^2)^2}$

**Questão 9.** Um carro de uma tonelada carrega quatro ocupantes, cada um com 80kg. Ele viaja em uma estrada sinuosa com picos separados por uma distância média de 4m. O carro trepida com amplitude máxima quando está a 16 km/h.

Quando o carro para e os ocupantes saltam, quanto aumenta aproximadamente a altura do carro? Considere $g = 10m/s^2$

(a) 18 cm (b) 5 cm (c) 1 cm (d) 12 cm

**Questão 10.** Em um experimento de óptica, um feixe laser incide sobre um fio de cobre muito fino de raio $R$ com a superfície perfeitamente refletora. O ângulo $\alpha$ representado na figura vale 45° e o feixe, apesar de muito fino (sua área de seção $S << R^2$) ainda possui dimensões e, por isso, uma imagem virtual é formada devido a reflexão da luz no fio cilíndrico.

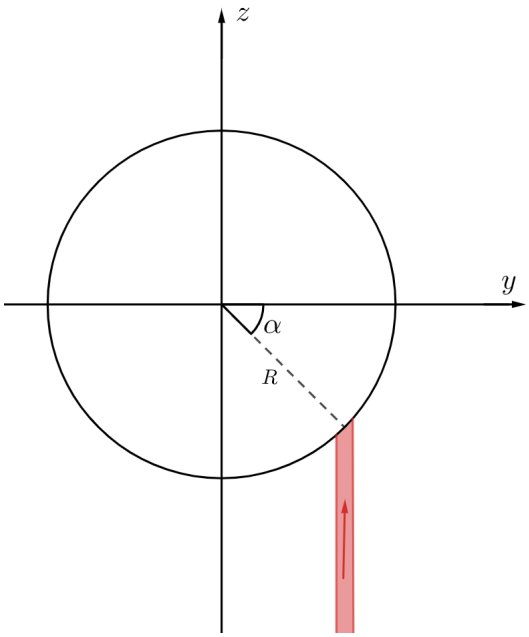



Figura 3: Laser incidindo sobre o fio

O eixo do fio coincide com o eixo $x$, quais são as coordenadas (y,z) da imagem virtual formada? Use, caso necessário, $\sin x \approx x$ e $\cos x \approx 1$ para $x << 1$.

(a) $(y_i, z_i) = \left(\frac{R}{\sqrt{2}}, \frac{R}{2\sqrt{2}}\right)$ (b) $(y_i, z_i) = \left(\frac{R}{2\sqrt{2}}, \frac{R}{\sqrt{2}}\right)$ (c) $(y_i, z_i) = \left(\frac{R}{2\sqrt{2}}, \frac{R}{2}\right)$
(d) $(y_i, z_i) = \left(\frac{R}{2}, \frac{R}{2}\right)$

**Questão 11.** Considere a montagem abaixo, onde um laser de comprimento de onda $\lambda$ passa por um divisor de feixe (que não altera a fase da onda eletromagnética) e os dois feixes gerados passam por reflexões em espelhos ideais, como mostra a figura.

Os feixes incidem sobre um fio, tal qual como na montagem da questão anterior sob o mesmo ângulo $\alpha = 45°$ e na tela a um distância $D$ do centro do fio aparece uma figura de difração, onde dois máximos consecutivos aparecem separados por uma distância $a$.

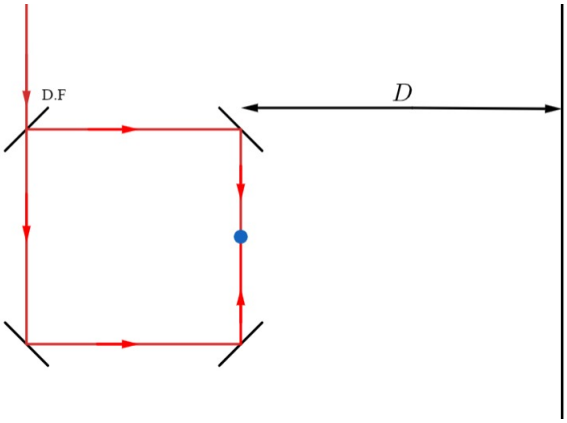
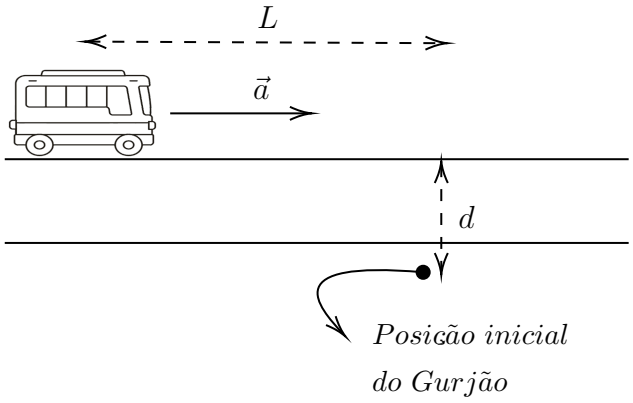



Figura 4: Montagem

Desconsidere a diferença nos caminhos ópticos dos feixe no aparato (caminho entre espelhos), pois ele possui dimensões muito maiores que $\lambda$. Usando a aproximação $D >> a >> \lambda$, determine o diâmetro do fio.

(a) $\frac{D\lambda\sqrt{2}}{a}$ (b) $\frac{2D\lambda\sqrt{2}}{a}$ (c) $\frac{2D\lambda}{a}$ (d) $\frac{D\lambda}{2a}$

**Questão 12.** Gurjão estava passando por algumas dificuldades financeiras e precisou deixar o jatinho particular para andar de ônibus, mas esbarrou com um pequeno problema, ele não sabia andar de ônibus. Tapado como é, ele parou não apenas do lado errado da avenida, assim como muito a frente da parada e precisou correr. O ônibus sai do repouso na parada com aceleração $a = 2\ \text{m/s}^2$ e Gurjão começa imediatamente a correr e consegue fazer isso com velocidade máxima $v = 6\ \text{m/s}$.




A rua tem largura $d = 24$ m e Gurjão está a uma distância $L = 48$ m acima da parada. Sabendo disso, qual é o tempo mínimo que ele precisa correr para encontrar o ônibus? Considere que ele acelera instantaneamente.

(a) 4,50 s (b) 5,00 s (c) 5,50 s (d) 6,00 s

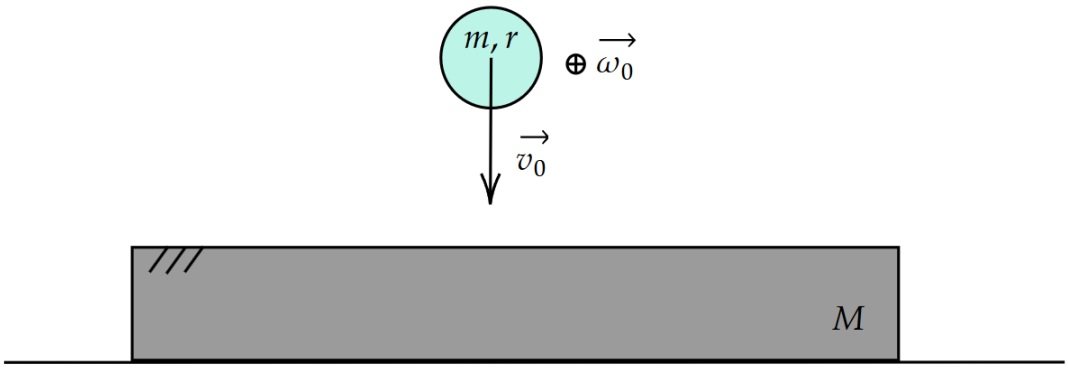
**Questão 13.** Uma pequena casa está sendo aquecida por um aquecedor elétrico de potência $P = 1$ kW o qual mantém a temperatura interior a $T_1 = 19°C$; a temperatura exterior é $T_0 = 0°C$. Um homem entra na casa, fazendo com que a temperatura interna comece a subir e atinja um novo valor de equilíbrio $T_2 = 20°C$. Assinale a alternativa que mais se aproxima da potência de aquecimento do homem.

(a) 15 W (b) 39 W (c) 44 W (d) 53 W

**Questão 14.** Um satélite em uma órbita inicialmente circular com velocidade $v$ sofre um pequeno impulso na direção de seu movimento. Sua velocidade ganha um pequeno incremento $\Delta v$, Calcule a excentricidade da órbita resultante.

(a) $2\frac{\Delta v}{v}$ (b) $4\sqrt{\frac{\Delta v}{v}}$ (c) $\frac{3}{2}\frac{\Delta v}{v}$ (d) $2\sqrt{\frac{\Delta v}{v}}$

**Questão 15.** Uma bola esférica de raio $r$ e massa $m$ colide com uma tábua de massa $M$ mantida em uma superfície horizontal lisa. Antes do impacto, o centro de massa da bola tem velocidade $v_0$ e velocidade angular $\omega_0$ como mostrado na figura abaixo. A velocidade normal é revertida com mesmo módulo e a bola para de rotacionar após o impacto. Encontre a distância da tábua entre os dois primeiros impactos da bola. Existe atrito entre a esfera e a tábua. Suponha que a tábua seja grande o suficiente e considere a gravidade $g$ dada.




(a) $\frac{4}{5}\left(\frac{2m+M}{M}\right)\frac{v_0 r\omega_0}{g}$

(b) $\frac{2}{3}\left(\frac{m+M}{M}\right)\frac{v_0 r\omega_0}{g}$

(c) $\frac{4}{5}\left(\frac{m+M}{M}\right)\frac{v_0 r\omega_0}{g}$

(d) $\frac{2}{3}\left(\frac{2m+M}{M}\right)\frac{v_0 r\omega_0}{g}$

**Questão 16.** Uma partícula de massa $m$ é submetida a um potencial do tipo $U(x) = -ax^2 + bx^3$. Encontre, para pequenas amplitudes o período do movimento da partícula. $a$ e $b$ são constantes positivas dadas.

(a) $2\pi\sqrt{\frac{m}{a}}$ (b) $2\pi\sqrt{\frac{m}{2a}}$ (c) $\pi\sqrt{\frac{m}{6a}}$ (d) $\pi\sqrt{\frac{m}{3a}}$

**Questão 17.** Considere um satélite esférico de carga $Q$ orbitando a terra a uma altura de $4.600km$. Sabendo que a carga do satélide cai pela metade depois de uma volta ao mundo, encontre a condutividade elétrica do ar $\sigma$ em S/m.

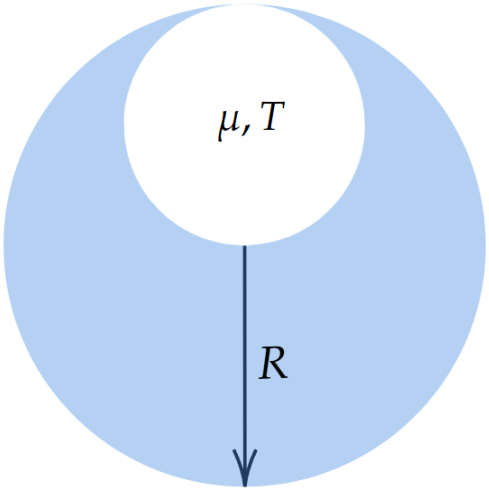
(a) $5,97 \times 10^{-15}$ (b) $5,36 \times 10^{-16}$ (c) $3,37 \times 10^{-16}$ (d) $4,03 \times 10^{-15}$

**Questão 18.** seguinte função de onda é solução do problema do oscilador harmônico simples. Assinale a alternativa que determina a energia desse estado.

$$\psi = Axe^{-(m\omega/2\hbar)x^2}$$

(a) $\frac{3}{2}\hbar\omega$ (b) $\frac{1}{2}\hbar\omega$ (c) $\frac{5}{2}\hbar\omega$ (d) $\frac{1}{2}\hbar\omega$

**Questão 19.** Um planeta de raio $R$ e densidade constante é cavado por alienígenas de tal modo que a cavidade seja esférica, e tenha extremos no centro do planeta e num plano tangente ao planeta. Na tentativa de tornarem a cavidade habitável, injetam nela uma massa $m$ do gás que respiram (que pode ser considerado ideal). Cada molécula tem massa $\mu$. Sabendo que depois de um tempo a cavidade fica com temperatura constante $T$ por toda sua extensão, encontre a pressão no centro da cavidade. Considere que $\frac{\mu g}{kT} << 1$, onde $g$ é o módulo da aceleração gravitacional do planeta na interseção entre a cavidade e a superfície do planeta.




(a) $\frac{3mkT}{2\mu R^3}$ (b) $\frac{8mkT}{\mu R^3}$ (c) $\frac{4\pi mkT}{\mu R^3}$ (d) $\frac{6mkT}{\mu\pi R^3}$

**Questão 20.** Um cilindro oco muito fino como um rolo de papel higiênico desce uma ladeira inclinada de um ângulo $\theta$ rolando sem deslizar. Um tijolo é solto do topo juntamente com o rolo e é constatado que ambos chegam ao mesmo tempo. Sabendo disso, determine o coeficiente de atrito cinético entre o tijolo e o plano.

(a) 0 (b) $\frac{1}{3}\tan\theta$ (c) $\frac{2}{3}\tan\theta$ (d) $\tan\theta$