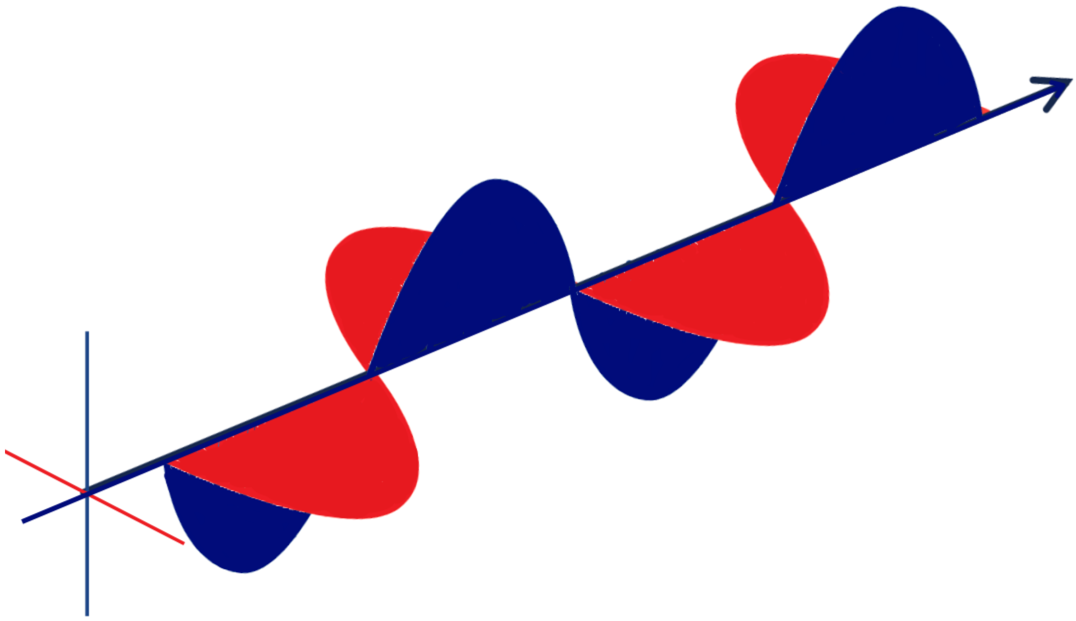
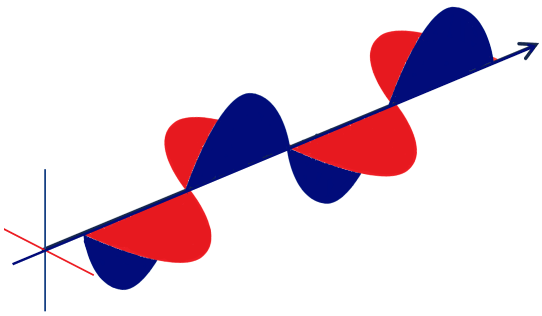
Prova da Segunda Fase CNF Nível 2



A prova tem duração recomendada de 3h.

Tabela de constantes

Constante	**Valor**
Velocidade da Luz (c)	$299.792.458\,\mathrm{m/s}$
Constante de Planck (h)	$6,63 \times 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$
Constante Gravitacional (G)	$6,67 \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$
Carga do Elétron (e)	$1,60 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$
Constante de Boltzmann (k)	$1,38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$
Número de Avogadro (N_A)	$6,02 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$
Raio da Terra($R_\oplus$)	$6,378 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$
Massa da terra($M_\oplus$)	$5,97 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$
Constante dielétrica no vácuo(ϵ_0)	8,85 $\times 10^{-12}$ $\mathrm{C^2N^{-1}m^{-1}}$
Constante de Stefan-Boltzmann (σ)	$5,67 \times 10^{-8}\,\mathrm{W/m^2\,K^4}$



Boa Prova a Todos!

Questão 1. Um problema de leis, quase penal (10 pontos)

Lei zero (4,5 pontos)

A lei zero da termodinâmica tem o seguinte enunciado: *"se dois corpos estão cada um em equilíbrio termodinâmico com um terceiro, então eles estão em equilíbrio termodinâmico entre si"*. Ela é muitas vezes usada intriscecamente e seu enunciado é pouco lembrado, mas nos permite definir dois conceitos fundamentais a termodinâmica, o calor e a temperatura. Diante da lei zero e de seus conhecimentos, responda as perguntas a seguir.

A.1	Dois reservatórios de substâncias diferentes de calores específicos, c_1 e c_2, tem temperaturas iniciais T_1 e T_2 e massas m_1 e m_2, respectivamente, ao colocá-los em contato, isolados do exterior, qual a temperatura final? Assuma que $(T_1 < T_2)$.	1,0pt

A.2	Agora temos uma situação semelhante à do item anterior, porém com três reservatórios, de calores específicos, c_1,c_2 e c_3, massas m_1,m_2 e m_3 e temperaturas T_1,T_2 e T_3, respectivamente. Os reservatórios podem trocar calor entre si.Ache a temperatura final do sistema.	1,0pt

A.3	Agora temos um sistema de N reservatórios de calores específicos c_i, temperaturas T_i e massas m_i. Eles estão ligados em série, na sequência $1 \to 2 \to 3 \to \cdots \to N-1 \to N$, com $(T_1 < T_2 < T_3 < \cdots < T_{N-1} < T_N)$. Ache a temperatura final do sistema para o caso genérico e para o caso onde $m_i = cte = m$ e $c_i = cte = c$.	2,5pt

Primeira Lei (5,5 pontos)

A Primeira Lei da termodinâmica atesta a conservação da energia de um sistema. Ela é escrita como:

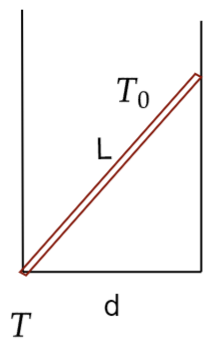
$$\Delta U = \Delta Q - W \tag{1}$$

Onde W é o trabalho realizado pelo sistema que sofre a transformação.

Essa lei permite avançarmos para a definição de entropia (S), que relaciona as quantidades calor e temperatura de uma maneira mais elegante, a variação de entropia é descrita por:

$$\Delta S \equiv \frac{\Delta Q}{T} \tag{2}$$

Uma barra metálica delgada, de calor específico sensível c e coeficiente de dilatação térmica linear α, inicialmente a uma temperatura T_0 e comprimento inicial L, está apoiada dentro de uma fonte de temperatura T, $(T > T_0)$ seguindo a figura, considere que a barra está completamente contida no plano do papel As superfícies de contato são livres de atrito. Ela está sujeita à gravidade g. A barra não sofre compressão. A distância entre as paredes do reservatório é d e o ângulo entre a parede horizontal e vertical do reservatório é 90° ($L > d$).



Sabe-se que o sistema caminha para o estado de equilíbrio, que acontece com a temperatura da barra igual à do reservatório. Considere que as dimensões do reservatório são muito grandes e sua reserva energética é praticamente infinita, de modo que a temperatura de equilíbrio do sistema é mesma temperatura T do reservatório no início. Lembre que nesse processo a barra dilata.

B.1	Calcule a altura do centro de massa depois do sistema ter atingido o equilíbrio.	1,5pt

B.2	Encontre o trabalho realizado pela força peso durante o processo de aquecimento de aquecimento da barra. A sua massa é m.	1pt

Por mais que não seja um gás realizando trabalho e recebendo calor, a barra também está sujeita à Primeira Lei da Termodinâmica (equação 1), que é basicamente a conservação da energia. Com isso você pode equacioná-la para encontrar o calor recebido pela barra. Note que a energia interna pode ser escrita como $U = mcT + U_0$, onde U_0 é uma constante, T é a temperatura da barra, c é o calor específico e m a massa.

B.3	Encontre o calor ΔQ recebido pela barra durante todo o processo até o estado de equilíbrio.	1,5pt

Existe variação de entropia relacionada tanto ao reservatório quanto à barra, sendo que a Segunda Lei da Termodinâmica assegura que a soma dessas variações é maior que zero. Calcular a variação de entropia da barra pode ser matematicamente trabalhoso, já que a sua temperatura não é constante, mas para o reservatório isso é possível.

B.4	Considerando que todo o calor que chega à barra sai do reservatório, calcule a variação de entropia do reservatório.	1,5pt

Questão 2. Modelos Físicos para Cordas (10 pontos)

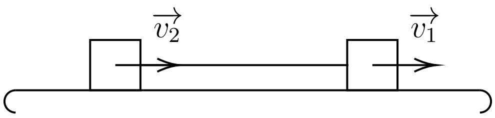
Quando trabalha-se com sistemas mecânicos envolvendo cordas, fios e/ou correntes é bastante comum, a nível de ensino médio, o uso de aproximações em relação a alguns parâmetros do equipamento, como assumir a massa da corda desprezível em comparação com os outros entes do sistema. Todavia, há alguns sistemas em que é essencial a inclusão da massa da corda nas equações de movimento. Nesse Problema, o objetivo central é descobrir a importância de se considerar a massa da corda em certos sistemas mecânicos.

Cordas Ideais (4,5 pontos)

Para essa parte, consideraremos sempre que a massa da corda é muito pequena em comparação com os outros parâmetros do sistema e que ela é inextensivel (ou seja, não estica mais do que seu comprimento enquanto está tensionada).

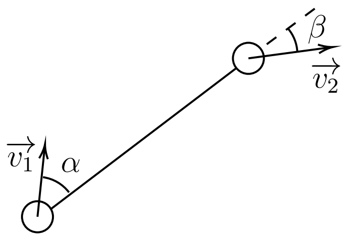
Inicialmente, vamos tomar nota das propriedades básicas de sistemas interligados por cordas ideais. Em situações em que temos 2 massas arbitrárias m_1 e m_2 ligadas por um fio, como mostrado na figura, vale o seguinte vínculo entre as velocidades dos blocos a cada momento:

$$\overrightarrow{v_1} = \overrightarrow{v_2}$$



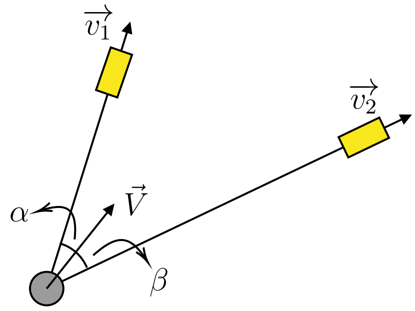
Perceba que isso decorre do fato do fio ser inextensivel, admitindo o vínculo geométrico; quando o bloco da frente anda x, a corda desloca-se da mesma distância x, puxando o bloco de trás na mesma taxa de deslocamento que o bloco da frente. Assim, no caso de velocidades em direções arbitrárias, o vínculo só é válido para as componentes de velocidades paralelas ao fio.

A.1 O sistema abaixo está conectado por um fio ideal, inicialmente em repouso. De repente, é dado a cada massa um impulso diferente (tanto em módulo como em direção e sentido); encontre uma relação entre $\vec{v_1}$, $\vec{v_2}$, α e β imediatamente após essa transferência de momento. Considere que o fio sempre permanece tensionado. 0,5pt



A aplicação desse vínculo é muito recorrente nos problemas de mecânica, especialmente na dinâmica e na cinemática. A seguir, temos exemplos de casos famosos nos quais podemos nos aproveitar desse artifício.
Uma caixa pesada está sendo puxada usando dois tratores. Um destes tem a velocidade $\vec{v_1}$, e o outro $\vec{v_2}$, enquanto a velocidade da caixa é $\vec{V}$. O ângulo entre $\vec{v_1}$ e $\vec{V}$ vale α, e o ângulo entre

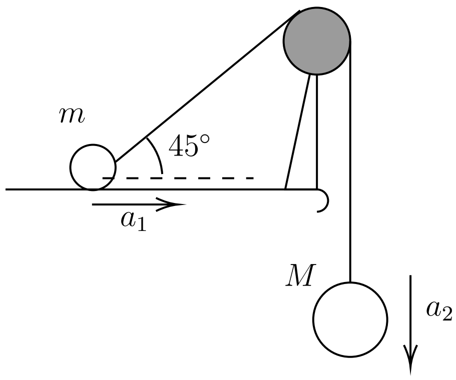
$\vec{V}$ e $\vec{v_2}$ é β.



A.2	Para essa nova situação, qual é a relação entre $\vec{v_1}$, $\vec{v_2}$, α e β? Considere que a corda está sempre tensionada.	0,5pt

A.3	Sabendo que $\theta = \alpha + \beta$, encontre a velocidade $\vec{V}$ da caixa em função de $\vec{v_1}$, $\vec{v_2}$ e θ. *Obs.: Caso necessário, utilize:* $cos(x - y) = cosx \cdot cosy + senx \cdot seny$	1pt

Agora, temos dois corpos esféricos com massas m e M (onde $M > m$) que estão unidos por um fio leve e inextensível. Esse fio passa por uma polia de massa desprezível montada em uma mesa. Inicialmente, elas são mantidas nas posições mostradas na figura e em seguida ambas são liberadas. O atrito entre a bola menor e a superfície da mesa é desprezível e a gravidade local vale g.



Nessa nova situação, nosso objetivo é estender a aplicabilidade do vínculo para a aceleração. No entanto, esse método não funciona como caso geral, pois existem situações nas quais o ângulo entre a velocidade e o fio varia, gerando um vínculo mais complexo. Contudo, podemos ignorar a variação desse ângulo em momentos imediatamente após o início do movimento, fazendo assim do vínculo deduzido anteriormente uma ótima aproximação nessas situações.

A.4	Determine o vínculo entre as acelerações a_1 e a_2 logo após o sistema ser liberado do repouso. Encontre também a expressão para cada uma das acelerações em função de M, m e da gravidade local g.	1pt

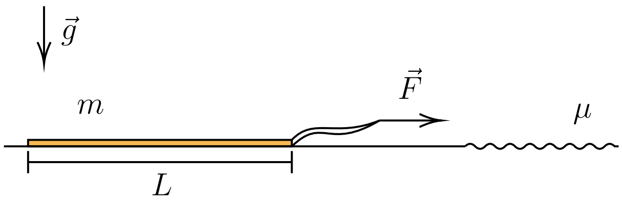
A.5	No caso em que $M >> m$, quanto vale a aceleração a_1? Deixe sua resposta em função de g.	1pt

A.6	Ainda considerando-se a situação limite proposta no item anterior, a esfera de massa m será levantada da mesa logo após a liberação do sistema? Justifique sua resposta.	0,5pt

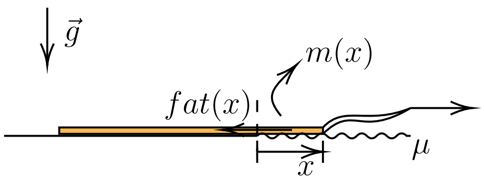
Cordas Não Ideais (5,5 pontos)

Nas situações que se seguem, é imprescindível que a massa das cordas utilizadas seja considerada, levando a resultados mais favoráveis e condizentes com a realidade

Nesse primeiro caso, vamos calcular a dissipação de energia decorrente do movimento de uma corda com massa sob ação de forças dissipativas. A figura a seguir mostra uma corda de massa m e comprimento L sendo puxada por uma força constante em uma superfície lisa; logo à frente, a corda encontra a separação entre essa superfície lisa e a parte que tem coeficiente de atrito μ.



Visto isso, é imediato perceber que a componente de atrito da força de contato que atua na corda não será constante, pois, como o corpo em questão não possui dimensões desprezíveis, essa força dependerá do comprimento x da corda que entrou na região rugosa, já que a componente normal ao solo desse comprimento x dependerá da massa que entrou nessa região, já que a componente de reação normal ao solo se distribui uniformemente.



Na figura, $m(x)$ indica a massa da parte da corda que já entrou na região rugosa; como se assume que a barra é homogênea, a relação entre $m(x)$ e x pode ser facilmente encontrada através da densidade linear:

$$\lambda = \frac{m}{L} = \frac{m(x)}{x} \implies m(x) = m \cdot \frac{x}{L}$$

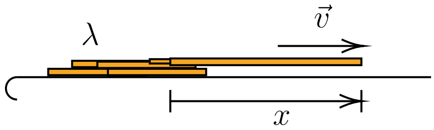
B.1	Escreva uma expressão para $fat(x)$ em função de x, μ, g, m e L.	0,5pt

B.2	Esboçe um gráfico de $fat(x)$ por x, indicando o comportamento para $x < L$ e para $x > L$.	1pt

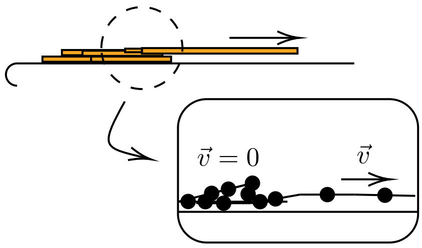
B.3	Assumindo que a corda cessa o movimento em $x = L$, quanto foi a energia total dissipada devido ao atrito durante a entrada da corda? Expresse sua resposta em termos de μ, m, g e L.	1pt

O último item mostra que há maneiras de calcular as possíveis dissipações que existem em sistemas com cordas; porém, como normalmente a massa da corda é muito menor comparada aos outros entes do sistema, nem sempre convém adotá-las nos resultados finais.

A seguir, vamos estudar outro caso onde existem dissipações ”secretas”. Uma corda com densidade linear λ (massa por comprimento) está amontoada em uma mesa. Um operador pega uma de suas extremidades e a puxa horizontalmente com velocidade constante v, como mostrado na figura.



Perceba que podemos separar o sistema em duas partes: A parte montoada da corda que ainda não foi puxada ($\vec{v} = 0$) e a parte que está em movimento com velocidade $\vec{v}$. Para melhorar ainda mais a visão de como o sistema se comportará, é válido modelar a corda como várias bolinhas de massa Δm interligadas por um fio ideal, de forma que fica mais fácil perceber que há uma variação brusca da quantidade de movimento nas bolinhas que adquirem $\vec{v}$ ao serem puxadas pelas bolinhas da frente (ver figura).



B.4 Considerando ainda a condição de homogeneidade da corda proposta no início da **Parte B**, calcule a variação da quantidade de movimento Δp de uma única bolinha em função de λ, v e Δx, onde Δx indica o tamanho da bolinha. 0,5pt

B.5 Calcule a força F que o operador deve exercer no sistema para que a velocidade $\vec{v}$ mantenha-se constante durante o movimento. 1pt

B.6 Se a corda possui comprimento total esticado L, qual deve ser o trabalho total realizado pelo operador para estica-la? 0,5pt

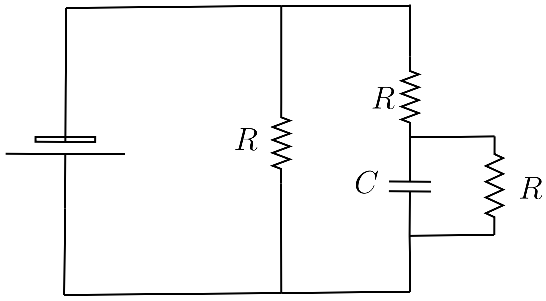
B.7 Se, ao final do processo de extensão da corda, todo o sistema está se movimentando com a mesma velocidade constante $\vec{v}$, houve energia dissipada nesse processo? Em caso afirmativo, calcule o valor da energia dissipada em função de λ, v e L e explique qualitativamente o motivo da existência dessa dissipação; em caso negativo, explique o fenômeno físico ocorrido para não haver perdas significativa de energia. 1pt

Questão 3. Dois Problemas (10 pontos)

Elementos eletrônicos e circuitos estão em basciamente todos os dispositivos que podemos usar, desde celulares e computadores até geladeiras e portões de garagem: a eletrônica é uma das coisas mais importantes e fundamentais para a sociedade hoje em dia.

Análise gráfica de um circuito (4 pontos)

Considere o seguinte circuito, composto de uma bateria ϵ, três resistores ideiais e idênticos R e um capacitor ideal C. Nessa parte você irá analisar gráficos contendo parâmetros do sistema e será capaz de determinar o valor de ϵ, R e C a partir disso.

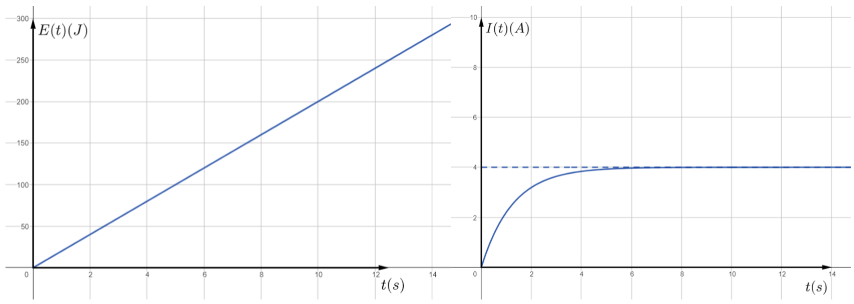


O circuito é posto para funcionar e em algum tempo atinge seu estado estacionário, isto é, quando não passa corrente pelo capacitor e sua carga permanece constante.

A.1	Esboçe, no estado estacionário (isto é, após um tempo muito longo), como flui a corrente pelo sistema. Não é necessário encontrar os valores.	1,5pt

A.2	Agora calcule o valor da potência P dissipada no resistor mais próximo da bateria, bem como a corrente I no estado estácionario que passa pelos resistores que estão mais distantes. Coloque suas respostas em termos de ϵ e R.	1,5pt

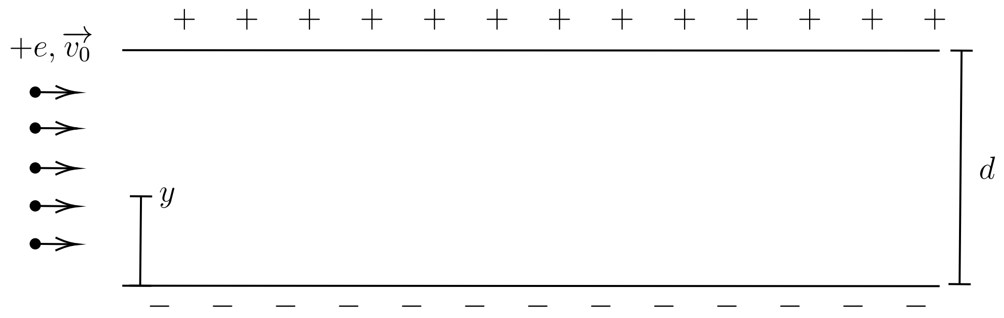
Abaixo estão esboçados os gráficos da energia total dissipada pelo resistor mais próximo da bateria em função do tempo, bem como a corrente que passa pelo resistor em paralelo com o capacitor.



A.3	A partir dos gráficos e resultados de B.2 encontre os valores numéricos para ϵ (em Volts) e R (em Ohms).	1pt

Capturador de posítrons (6 pontos)

No mesmo circuito da parte anterior, quando o estado estacionário é atingido, chegam posítrons de carga ($+e$) e massa m com velocidades $v_0 = 8\sqrt{\frac{V_0 L^2 e}{m d^3}}$ (L é o lado das placas quadradas do capacitor) dentro do capacitor carregado com diferença de potencial V_0. A velocidade é paralela às placas. Os pósitrons estão uniformemente distribuidos em y, ou seja, se propagam como se fossem feixes com a mesma quantidade de elétrons em uma altura y qualquer (ver figura).



O campo elétrico dentro do capacitor é constante e vale $E_0 = \frac{V_0}{d}$, saindo da placa positiva e chegando na placa negativa (as linhas de campo são linhas perpendiculares à ambas). Considere o campo fora do capacitor como sendo nulo.

B.1	Encontre a aceleração do pósitron detro do capacitor.	1,0pt

B.2	O movimento da partícula dentro do capacitor é análogo ao movimento de uma partícula em campo gravitacional constante. Escreva o alcance a partir da borda esquerda da placa debaixo do capacitor.	1,5pt

Os pósitrons sofrerão desvios devido à presença de campo elétrico, o que faz com que alguns colidam com as paredes do campacitor, sendo então capturados.

B.3	Qual a altura y máxima onde o pósitron ainda é "capturado"?	1,5pt

B.4	Utilizando o fato que o feixe de pósitrons é uniforme, encontre a razão entre o numéro de pósitrons que são capturados com o número total dos que são lançados em direção ao capacitor.	2,0pt